

ALME, Vol. 37 No. 2 P.p. 1-14. Período: Julio-diciembre 2024.
Recibido: agosto 2024 Aprobado: diciembre 2024. Publicado: diciembre 2024

Registros de representações semióticas no estudo de trigonometria mediado pelo uso de objetos virtuais de aprendizagem em um ambiente de sala de aula invertida

Records of semiotic representations in trigonometry study mediated by the virtual learning objects use in an inverted classroom environment

Vitor José Petry

UFFS - Universidade Federal da Fronteira Sul (Brasil)
vitor.petry@uffs.edu.br, <https://orcid.org/0000-0002-8838-8753>

Alessandro Ribas

Colégio Notre Dame de Passo Fundo, Brasil
professor.alessandro.ribas@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0006-2611-0840>

Resumo

A pesquisa foi desenvolvida a partir da aplicação de uma sequência didática com estudantes do Ensino Médio no estudo de trigonometria, usando a metodologia da sala de aula invertida. Para os roteiros de estudos foram usados vídeo aulas, objetos virtuais de aprendizagem (OVA) interativos e orientações para a elaboração de OVA pelos próprios estudantes. Buscou-se identificar habilidades dos estudantes para o registro e o trânsito entre diferentes representações semióticas, de acordo com a teoria de Duval, permitindo obter elementos que caracterizassem a ocorrência de aprendizagem. A produção de dados ocorreu, com base nas observações, através do diário de campo, das atividades realizadas pelos estudantes, da aplicação de questionário, e de relatos dos pesquisados. A partir da análise, observou-se o desenvolvimento de habilidades de registros e de trânsito entre diferentes representações de um mesmo objeto e aspectos que sugerem contribuições do uso dos OVA e da metodologia ativa da sala de aula invertida nesse processo.

Palavras-chave: representações semióticas, sala de aula invertida, OVA, GeoGebra

Abstract

The research was developed based on a didactic sequence application with high school students studying trigonometry, using the flipped classroom methodology. For the study guides, video classes, interactive virtual learning objects (OVA) and guidelines for the preparation of OVA by the students themselves were used. We sought to identify students' skills to register and move between different semiotic representations, in accordance with Duval's theory, allowing us to obtain elements that characterized the occurrence of learning. Data production occurred, based on observations, through the field diary, activities carried out by students, the application of a questionnaire, and reports from those surveyed. From the analysis, it was observed the development of registration and transit skills between different representations of the same object and aspects that suggest contributions from the OVA use and the active methodology of the flipped classroom in this process.

Keywords: semiotic representations, flipped classroom, OVA, GeoGebra



Introdução

Neste trabalho foram analisadas, com base na teoria dos registros de representação semiótica (TRRS) de Duval, as representações apresentadas por 20 estudantes do segundo ano do Ensino Médio na abordagem de conceitos relativos ao estudo de trigonometria. O objetivo foi identificar evidências da compreensão e aprendizagem de conceitos abordados a partir de diferentes representações semióticas apresentadas pelos estudantes. Considera-se importante que o professor, como mediador dos processos de aprendizagem, adote métodos e estratégias que auxiliem o aluno na compreensão e representação dos objetos de estudo, a fim de torná-los mais significativos, de forma a facilitar sua compreensão. Neste sentido, adotou-se a metodologia da sala de aula invertida proposta por Bergmann e Sams (2016). Para tanto, foram criados roteiros de estudos individuais com posterior sistematização e formalização durante as aulas coletivas.

Para facilitar as representações geométricas e a observação de padrões e propriedades foram usadas tecnologias digitais (TD), particularmente, o software de geometria dinâmica GeoGebra. Foram disponibilizados objetos virtuais de aprendizagem (OVA) para serem manipulados pelos estudantes, além de encorajá-los a construir seus próprios objetos. Os OVA permitiram a interação entre as diferentes formas de representações semióticas dos conceitos trabalhados, contribuindo na elaboração do pensamento cognitivo do aluno. De acordo com Audino e Nascimento (2010), OVA é um recurso didático digital que pode ser utilizado e reutilizado, e que oferece suporte para o processo de ensino e aprendizagem. Para Kay e Knaack (2007), OVA são ferramentas interativas que apoiam o aprendizado de conceitos específicos, incrementando, ampliando ou orientando o processo cognitivo dos aprendizes.

Constitui-se como problema de pesquisa, identificar diferentes formas de representações semióticas no estudo de conceitos relacionados à trigonometria e possíveis contribuições do uso de OVA e da metodologia da sala de aula invertida no processo de construção do conhecimento. Trata-se de uma pesquisa-ação com abordagem qualitativa. Os dados produzidos foram analisados por meio da análise textual discursiva na perspectiva de Moraes e Galiuzzi (2020). Considerando a grande quantidade de dados produzidos para o corpus da pesquisa, para a análise, este foi delimitado aos dados relativos ao estudo do arco de uma circunferência, a construção do conceito relativo à medida de um ângulo em radianos e a transformação de unidades de medidas de ângulos e funções envolvendo seno e cosseno.

Marco teórico

Tendo em vista o objetivo deste trabalho, adotou-se como referencial teórico (TRRS) de Raymond Duval. De acordo com Duval (2013, p. 15) “as dificuldades de compreensão na aprendizagem da Matemática não estão relacionadas aos conceitos, mas a variedade de representações semióticas utilizadas e o uso ‘confuso’ que fazem delas”. De acordo com a TRRS, para que um sistema semiótico possa ser um registro de representação, deve permitir as três atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiose que são: a formação de representações num registro semiótico particular identificável, o tratamento das representações e a conversão de representações e mudança de registro.

A formação de uma representação semiótica é o recurso a um (ou a muitos) signo(s) para atualizar a atenção voltada para um objeto ou para se substituir essa atenção. Para Duval (2016, pp. 17-18), “as operações semióticas de substituição do registro permitirão

justificar um procedimento que conduz a um resultado novo”. Além disso, “a possibilidade de mobilizar um segundo registro é necessária para que um problema possa ser resolvido, quer dizer, em qual registro a solução Matemática pode ser obtida, ou para demonstrar uma conjectura”. Sobre as formas de registro o autor sugere que “enquanto um permite efetuar a atividade Matemática de resolução de um problema, ou demonstrar uma conjectura, os outros preenchem uma função heurística, ou permitem que se controlem intuitivamente a pertinência de resultados obtidos”. Duval (2016, p. 22) ainda conclui que “somente fazendo corresponder as unidades de sentido, que são próprias aos diferentes níveis de organização dos conteúdos respectivos de duas representações semióticas, é que se torna possível reconhecer se elas representam o mesmo objeto”.

O autor argumenta que o maior obstáculo para a aprendizagem da Matemática é a dificuldade nas conversões das representações semióticas, o que justifica considerar algum objeto apreendido, quando o estudante demonstra habilidade de representá-lo pelo menos em duas formas distintas, conseguindo transitar entre estas formas. Superar o obstáculo da conversão é que faz com que o aprendizado em Matemática de fato ocorra. Duval afirma que os estudantes “precisam reconhecer as correspondências, termo a termo, que existem entre as unidades que constituem os conteúdos respectivos de um largo espectro de representações: imagens, esquemas, figuras geométricas, gráficos, expressão linguística, expressão literal, etc”. (Duval, 2018, p. 12).

Assim, torna-se fundamental que o professor proporcione situações de aprendizagem nas quais os estudantes possam comparar as variações de conteúdo das representações em um registro A com variações correlatas de conteúdo das representações em um registro B. Por fim, os professores devem “diagnosticar as incompreensões persistentes que se escondem nos erros locais ou nos bloqueios e procurar encontrar tarefas ou exercícios que vão ajudar os alunos a superar esses bloqueios”. (Duval, 2018, p.26). Nesta pesquisa, esta tarefa se deu nos momentos das aulas coletivas, nas sistematizações e formalização dos conceitos a partir dos registros feitos de forma individualizada.

Como orientador no processo de ensino e aprendizagem, é importante que o professor tenha ciência como ocorre a formação cognitiva do estudante para fazer as intervenções apropriadas em função da fase de desenvolvimento em que este se encontra, propondo metodologias e estratégias que o levem ao processo de aprendizagem. Cabe a ele proporcionar situações de aprendizagem nas quais os estudantes possam comparar as variações de conteúdo nas diferentes formas de representações e de registros. Considerando a constante disponibilidade de novas TD, estas podem contribuir para aperfeiçoar as práticas pedagógicas, levando o professor a propor métodos e estratégias para que o estudante construa seus conhecimentos a partir dos conteúdos dispostos no currículo escolar e nas atividades propostas. Como possibilidades de uso das TD nas aulas de Matemática, destacam-se os softwares de geometria dinâmica que possibilitam “[...] utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação” (Borba, Silva & Gadanidis, 2020, p. 31). A construção de objetos geométricos e sua manipulação permite novas abordagens dos conceitos da Matemática, uma vez que os estudantes, por estarem cada vez mais imersos no mundo digital, mostram maior interesse por atividades que envolvam estas tecnologias.

Para que as atividades cumpram suas finalidades, a presença mediadora do professor é fundamental, pois é ele quem pode dinamizar todo esse processo por meio dos artefatos disponíveis, buscando explorá-los com criatividade e objetivos bem definidos. De acordo

com Scheffer (2012, p. 31), “a incorporação de novos recursos tecnológicos na sala de aula de matemática resulta na criação de ambientes de aprendizagem que levam o estudante ao desenvolvimento de novos conceitos e à consolidação da aprendizagem”. Uma forma de utilizar as TD em sala de aula se dá pela construção e a interação com OVA, cuja utilização como instrumento de aprendizagem têm se difundido pela capacidade de simular e animar fenômenos e pela facilidade de proporcionar diferentes representações de objetos, no caso do ensino de Matemática. Neste contexto, de acordo com Audino e Nascimento (2010), considera-se OVA um recurso didático digital que pode ser utilizado e reutilizado, e que oferece suporte para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos. Já para Kay e Knaack (2007), OVA são ferramentas interativas que apoiam o aprendizado de conceitos específicos, incrementando, ampliando ou orientando o processo cognitivo dos aprendizes. Os OVA tem potencial de contribuir nas diferentes formas de representação dos objetos de estudos, ajudando na validação das conjecturas ou teste de hipóteses e nas argumentações que consistem em “[...] um processo de construção e explicitação de ideias, que acontece por meio da análise de dados, evidências e variáveis para o estabelecimento de uma afirmação ou conclusão que podem estar associadas a justificativas e/ou refutações” (Almeida & Malheiro, 2018, p. 60).

De acordo com Valente (2018), um importante aspecto a ser considerado é que as metodologias focadas na aprendizagem demandam uma sequência de procedimentos e técnicas que, utilizadas por educadores em suas aulas, levam os educandos a pensar, relacionar, refletir suas práticas, explorar a convivência entre pares/grupos, além de desenvolver atitudes pessoais. O planejamento de estratégias que visam uma aprendizagem ativa precisa estar conectado com os objetivos propostos pelo professor e, nesse contexto, conforme Moran (2015, p. 34), “se queremos que os alunos sejam proativos, precisamos adotar metodologias nas quais eles se envolvam em atividades cada vez mais complexas, em que se tenham de tomar decisões e avaliar os resultados, com apoio de materiais relevantes”.

Camargo (2018) sugere que as metodologias ativas proporcionam uma nova compreensão do papel do educador como um facilitador diante de seus educandos, enquanto estes são autores do conhecimento construído. De acordo com Berbel (2011, p. 29), as “metodologias ativas baseiam-se em formas de desenvolver o processo de aprender, utilizando experiências reais ou simuladas, visando às condições de solucionar, com sucesso, desafios advindos das atividades essenciais da prática social”. Christensen, Horn e Staker (2013) ressaltam a importância de encontrar estratégias e métodos que deem condições para uma participação ativa dos educandos, que levem a uma organização de um aprendizado interativo, sem abandonar o que se conhece até o momento e aproveitar o melhor de cada um dos métodos de ensino, seja no tradicional ou no on-line. Para os autores, o planejamento pedagógico é essencial para criar algo que leve a um melhor rendimento individual e coletivo dos educandos inseridos no processo de ensino e aprendizagem proposto pelo professor.

Dentre as diferentes possibilidades de metodologias ativas, a aprendizagem híbrida destaca a flexibilidade, a mistura e compartilhamento de espaços, tempos, atividades, materiais, técnicas e tecnologias que compõem esse processo ativo. Conforme Christensen, Horn e Staker (2013, p. 07), o ensino híbrido “é um programa de educação formal no qual um aluno aprende, pelo menos em parte, por meio do ensino online, com algum elemento de controle do estudante [...] e pelo menos em parte em uma localidade física supervisionada, fora de sua residência”, que em geral, é o ambiente escolar.

Uma das características principais do ensino híbrido é a organização das modalidades de ensino. O aluno aprende por meio da modalidade de ensino on-line juntamente com a modalidade de ensino presencial podendo ser realizado por meio de tutorias, pequenos grupos de estudo ou até mesmo em associação com a sala de aula tradicional. Essas duas formas de ensino (on-line e presencial) se complementam no processo de aprendizagem dos alunos. Valente (2018) destaca a importância da combinação dos momentos em que o aluno estuda os conteúdos por meio de recursos tecnológicos e do ensino que ocorre em sala de aula, interagindo com os colegas e com o professor. Dessa forma, o ensino híbrido é a integração das TD com as metodologias ativas.

Para Valente (2015, pp. 14-15), no ensino híbrido, “[...] a responsabilidade da aprendizagem agora é do estudante, que assume uma postura mais participativa, resolvendo problemas, desenvolvendo projetos e, com isso, criando oportunidades para a construção de seu conhecimento”, tendo o professor, a “função de mediador, consultor do aprendiz”. Afirma ainda que a “sala de aula passa a ser o local onde o aprendiz tem a presença do professor e dos colegas auxiliando-o na resolução das tarefas e na significação da informação”.

O método da sala de aula invertida é uma forma de metodologia ativa de ensino híbrido que visa, além de outros aspectos, otimizar o tempo do professor em sala de aula com a apresentação e explicação de conteúdos, pois o aluno já faz um estudo prévio antes do encontro coletivo em sala de aula. Esse estudo prévio deve ser desenvolvido a partir de roteiros de estudo disponibilizados pelo professor, permitindo a otimização do tempo do professor com explicações. Conforme Bacich, Neto e Trevisani (2015, p. 56) este método propõem que “o que era feito em classe (explicação do conteúdo) agora é feito em casa, e o que era feito em casa (aplicação, atividades sobre o conteúdo) agora é feito em sala de aula”.

Na sala de aula invertida “o aluno pode partir de pesquisas, produções para iniciar-se em um assunto e, a seguir aprofundar seu conhecimento e competências com atividades supervisionadas” (Moran, 2018, p. 13). Há diversas formas de inverter a sala de aula no processo de ensino e aprendizagem entre elas por meio de vídeos, projetos, pesquisas ou leituras prévias, ou mesmo pela interação com OVA dinâmicos, como proposto nesta pesquisa. A metodologia da sala de aula invertida valoriza o tempo em sala de aula, estimulando a criatividade dos alunos, permitindo “adotar ferramentas tecnológicas e o ensino assíncrono, que caracterizam a sala de aula invertida, com uma abordagem voltada para os alunos” (Bergmann; Sams, 2016, p. 45).

Procedimentos metodológicos

Nesse trabalho realizou-se uma pesquisa-ação com abordagem qualitativa, ao aplicar uma sequência didática para o ensino de trigonometria em uma turma do segundo ano do Ensino Médio em uma escola privada. A pesquisa é qualitativa, pois teve como finalidade “[...] atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de métodos previamente definidos e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes” (Bicudo, 2019, p. 113). Já na pesquisa-ação, segundo Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 112), “[...] o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas, sobretudo para mudá-lo em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes”.

Para a pesquisa foi desenvolvida e aplicada uma sequência didática para o estudo da trigonometria, usando a metodologia ativa da sala de aula invertida. Segundo Valente (2018, p. 31) “para a implantação da abordagem da sala de aula invertida, dois aspectos são fundamentais: a produção de material para o aluno trabalhar on-line e o planejamento das atividades e de material para o aluno trabalhar na sala de aula presencial”.

Bergmann e Sams (2016, p. 104) destacam que este modelo de aprendizagem oportuniza aos estudantes “aprender mais conteúdo, com mais profundidade, em um ambiente interativo, de relacionamentos fecundos, que os ajude a alcançar o sucesso”. Isso favorece a descoberta e a experimentação pela “possibilidade de interação com o fenômeno antes do estudo da teoria (que pode acontecer com vídeos, leituras, etc.)” (Bacich, Neto & Trevisani, 2019, p. 56).

A aplicação ocorreu ao longo de dez semanas, destinando-se duas aulas semanais para os estudos individuais e mais duas aulas semanais coletivas.

O registro das atividades, a produção e coleta de dados para a análise se deu por meio de diário de bordo com relatos e apontamentos feitos pelo professor da turma (coautor desta pesquisa), de relatórios das atividades realizadas e dos materiais físicos e digitais desenvolvidos pelos estudantes. Para preservar a identidade dos estudantes, estes foram identificados aleatoriamente com a letra E seguida de um número natural entre 1 a 20.

Com vistas a identificar as formas de representação semióticas no estudo da trigonometria e possíveis contribuições do uso de OVA e da metodologia da sala de aula invertida, realizou-se uma análise textual discursiva (ATD) dos dados produzidos. Para esta análise, fez-se um recorte do *corpus* da pesquisa, conforme sugerido por Moraes e Galiuzzi (2020), delimitando-o para os aspectos observados no estudo relacionado ao arco da circunferência, a definição de medidas de ângulos em radianos e a transformação entre as unidades de medidas de ângulos e funções envolvendo seno e cosseno.

Resultados e análise

A aplicação da sequência didática, no que se refere ao recorte do *corpus* da pesquisa se deu após o estudo inicial da trigonometria no triângulo retângulo em que foram retomados conceitos de semelhança de triângulos e estabelecidas as razões entre os catetos (oposto e adjacente a um ângulo agudo dado) e a hipotenusa em um triângulo retângulo, ou seja, as relações do seno, cosseno e da tangente. Para os estudos individuais, realizados antes das aulas coletivas foram elaborados roteiros de estudos, contendo vídeo aulas, OVA desenvolvidos no GeoGebra para livre manipulação, orientações para a construção de OVA pelos próprios estudantes ou representações geométricas construídas manualmente e atividades com questões a serem respondidas a partir da observação e manipulação dos OVA, visando direcioná-los na visualização de propriedades e padrões a serem identificados e compreendidos. Assim, os estudantes eram estimulados a desenvolverem autonomia de estudos, usar roteiros para construir representações geométricas e a partir dessas transitar para outras formas de representação dos objetos de estudos, seja por linguagem escrita, seja na forma de tabelas a serem preenchidas, ou na forma algébrica.

Após o tempo dedicado ao estudo individual, ocorriam as aulas coletivas, com a presença do professor que orientava o trabalho, dando oportunidade aos estudantes exporem os resultados dos seus estudos individuais, desenvolvendo a construção coletiva do conhecimento. Nestes momentos eram feitas sistematizações e formalizações, que permitiram aos estudantes esclarecerem suas dúvidas, complementarem ou refazerem, sempre que necessário, suas representações relativas aos objetos do conhecimento em tela,

aprimorando suas habilidades de transitar entre as diferentes formas de representação semióticas. Por fim, novas atividades eram propostas, para aperfeiçoar a compreensão dos conteúdos trabalhados.

A atividade de estudo individual iniciou-se com a orientação para a construção de arcos de circunferência, medição do raio e do comprimento do arco de cada construção, podendo essas construções serem realizadas manualmente usando régua, transferidor e compasso ou usando o GeoGebra. Não foi estabelecido nenhum padrão de valores, para o raio ou comprimento do arco, passando-se apenas uma lista de ângulos, sendo que cada estudante poderia fazer a construção para em seguida realizar as medições. Após as construções, os estudantes deveriam obter o quociente do comprimento do arco pelo raio, com a finalidade de estabelecer a medida do ângulo em radianos e a relação para a transformação de unidades de medida de ângulos (entre graus e radianos). Como tarefa complementar, foi disponibilizado e sugerido um vídeo “Arcos: medidas e comprimento – grau e radiano”. Na aula coletiva seguinte, foi solicitado que cada estudante apresentasse os valores das medições observadas na atividade de construção dos arcos, na expectativa de perceberem que independentemente do comprimento do raio e do comprimento do arco, o quociente entre estas grandezas se manteria constante para o mesmo ângulo, para em seguida definir esta constante como a medida do ângulo em radianos. Foi organizada uma tabela coletiva com os dados apresentados por cada estudante, contendo em suas respectivas colunas, a medida do comprimento do arco, do raio, do ângulo central em graus e a razão do comprimento do arco pelo respectivo raio. Nesta atividade, apenas um estudante optou em desenvolvê-la de maneira manual, enquanto os demais, apresentaram a representação geométrica usando o software GeoGebra. De acordo com Duval (2009, p. 47) as representações computacionais “traduzem a informação externa a um sistema sob uma forma que a deixa acessível, recuperável e combinável no interior desse sistema”, não necessitando assim, uma visão que possa fazer uma “transformação algorítmica de uma sucessão de significantes em uma outra”, não sendo estas representações internas conscientes à percepção dos estudantes naquele momento.

Nas soluções apresentadas foi possível observar que os estudantes conseguiram executar os passos de construção dos arcos de acordo com os ângulos (em graus) pré-estabelecidos na orientação, bem como a medição do comprimento do arco e o raio usando as ferramentas disponíveis no GeoGebra. Nota-se, portanto, que conseguiram gerar representações geométricas dos arcos construídos, obtendo o registro das medições solicitadas em forma de tabela, conforme exemplificado no resultado apresentado pelo estudante E8, mostrado na Figura 01.

Figura 1.

Registro das medições realizadas pelo estudante E8.

3) Complete a tabela a seguir:

Ângulo	Comprimento Arco (L)	Raio (R)	L / R
30°	4,19	8	0,52
57,3°	8	8	1
60°	8,38	8	1,04
90°	17,28	11	1,57
120°	8,38	4	2,09
180°	15,71	5	3,14
270°	14,14	3	4,71
360°	18,85	3	6,28

Fonte: Os autores.

Na medida em que a tabela coletiva foi construída, alguns estudantes já começaram a sugerir a ocorrência de padrões. Inicialmente E9 observou que “*para ângulos menores que 57,3° os quocientes eram menores que 1 e para ângulos maiores que 57,3° os quocientes maiores que 1*”, enquanto E4 afirmou haver “*uma relação, de que conforme o tamanho do grau muda, a medida da divisão muda*”. O aluno E17 foi além ao afirmar que “*podemos estabelecer a relação de que as medidas de arcos em graus, são diretamente proporcionais às medidas proporcionadas a partir da divisão L/R*”.

Observou-se nestas respostas a habilidade de, a partir das representações geométricas, mesmo que na forma digital, transitar para uma representação em forma de tabela para identificar que a razão entre a medida do arco e o raio para um mesmo valor do ângulo central se mantinha constante, independente do “tamanho” do raio escolhido por cada colega. Observaram também que ao mudar o valor do ângulo, essa razão também se alterava, estabelecendo-se uma relação de proporcionalidade direta entre o valor do ângulo central com a razão L/R . Nesta situação, pode-se afirmar que a representação das medidas (obtidas da representação geométrica) na forma de tabelas individuais e posteriormente em uma tabela coletiva, serviu como uma forma auxiliar (ou intermediária) nesta passagem da representação geométrica para a representação em linguagem escrita, evidenciando a ocorrência de aprendizagem, de acordo com a TRRS.

Aproveitou-se essa compreensão da proporcionalidade entre a medida do ângulo em graus e a razão L/R para definir esta como a medida do ângulo em radianos, estabelecendo-se a relação entre estas unidades de medidas de ângulos. Convidados a voltar o olhar para a tabela construída na atividade 3, (Figura 1) e para as representações geométricas, os estudantes foram instigados a propor uma forma algébrica para estabelecer a transformação entre as duas unidades de medida. Ao observarem que ao ângulo de 180° correspondia um valor de “3,14 radianos”, foram orientados a aumentar o número de casas decimais no OVA, a fim de identificarem esse valor como a aproximação do número irracional π . Assim conseguiram estabelecer a relação de que 180° correspondia um valor de “ π radianos” e considerando a proporcionalidade já observada, a possibilidade de usar uma simples regra de três a partir dessa relação para fazer as transformações de unidades de medidas, obtendo assim uma representação algébrica do objeto de estudo.

Manipulando os OVA, mantendo fixo o ângulo em $57,3^\circ$, observaram que este ângulo correspondia a 1 radiano (considerando a devida aproximação para uma casa decimal). Assim, identificaram que um radiano pode ser definido como a medida do ângulo que determina um arco de comprimento igual à medida do raio da respectiva circunferência. Analisando os registros escritos que os estudantes fizeram individualmente ao responderem às questões propostas nas atividades, antes das resoluções coletivas, observou-se que alguns não conseguiram perceber sozinhos a relação biunívoca entre as medidas dos ângulos em graus e em radianos, mostrando a importância da socialização e sistematização da atividade de forma coletiva. Alguns estudantes fizeram a representação geométrica no GeoGebra de forma dinâmica, permitindo sua manipulação, podendo alterar a medida do ângulo ou do raio. Estes OVA foram compartilhados e usados no momento da sistematização do conhecimento, valorizando dessa forma suas construções. Mesmo que tenha sido uma construção coletiva, a manipulação dos OVA por eles produzidos, permitiu a representação geométrica de múltiplas situações, dando base para a observância de padrões que levaram à conclusão de se tratar de grandezas proporcionais, permitindo assim estabelecer a representação do objeto de estudo em linguagem textual e em seguida, na forma algébrica. Vale ressaltar a importância da condução e dos questionamentos realizados pelo professor, inicialmente nas atividades propostas de forma individual e posteriormente na sistematização, para direcionar as observações dos estudantes ao objeto de aprendizagem em questão, mediando as atividades para o que considera importante a ser observado em cada uma das representações.

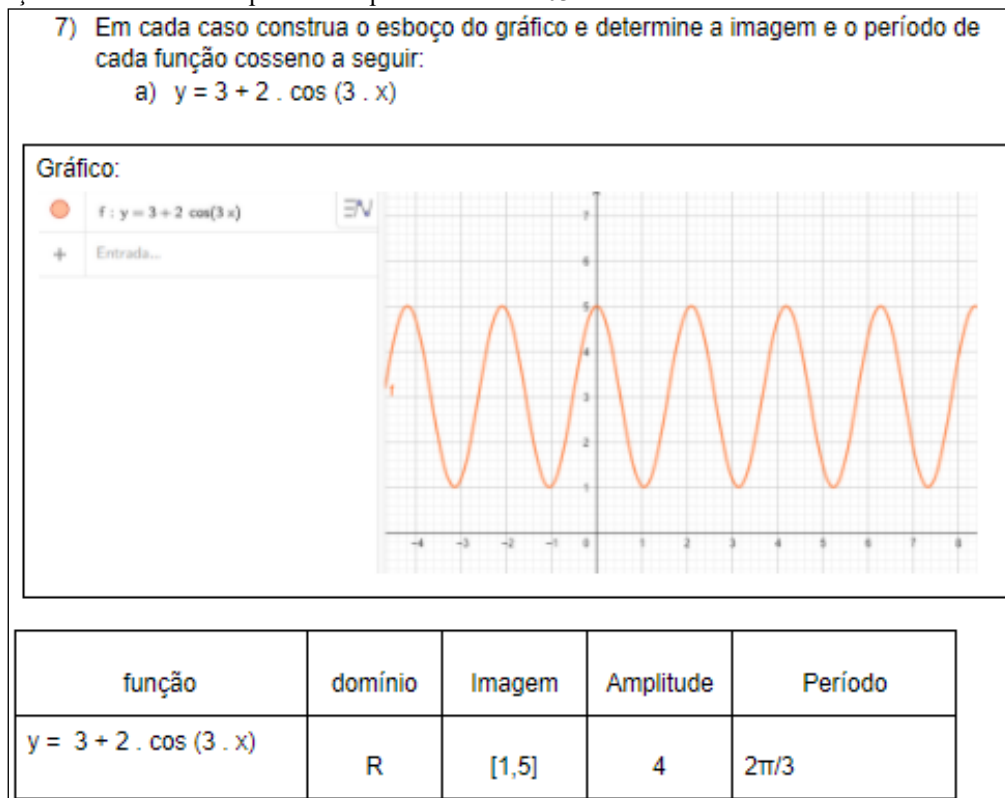
O estudo das funções trigonométricas se deu após o estudo do ciclo e das principais relações trigonométricas. Novamente foi disponibilizado um roteiro de estudos individuais, contendo vídeos, tarefas a serem desenvolvidas e links de OVA desenvolvidos e disponibilizados por Bruginski (2014). Nestes objetos é explorada a relação entre o valor de um ângulo e o valor do seno, relacionando a representação do seno de um ângulo no ciclo trigonométrico com a função seno, seu domínio, imagem, período e paridade. Nesta interação também puderam explorar os fatores que modificam o traçado do gráfico a interferência de cada um dos coeficientes a , b , c e d nos gráficos da função na forma $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(c \cdot x + d)$. Após a interação com o material e da sistematização coletiva, foram passadas atividades aos estudantes que consistiam na construção de gráficos de diferentes funções envolvendo o cosseno, com a finalidade de visualizarem suas representações geométricas e identificarem suas principais características, identificando novamente as alterações que os parâmetros a , b , c e d determinam em uma função da forma $f(x) = a + b \cdot \text{cos}(c \cdot x + d)$. Mais uma vez foram orientados a observar e fazer a análise do domínio, da imagem, da amplitude, do período e da paridade da função.

Analisando as devolutivas dos estudantes a estas atividades, observou-se que 13 estudantes realizaram todas as construções de gráficos solicitados, usando o GeoGebra, e conseguiram responder de forma coerente sobre as interferências dos parâmetros a , b , c e d nos respectivos gráficos. Para exemplificar, o estudante E09 afirmou que “ b vai indicar o valor da amplitude na imagem, se o valor de b for negativo, inverte o sentido do gráfico e o b também interfere na imagem”, já para o estudante E16, o valor de “ b aumenta a amplitude e interfere na imagem”. Sobre o coeficiente a , E16 destaca que “seu valor interfere na imagem, deslocando o eixo para cima ou para baixo”, enquanto E14 afirma que “o valor de a causa o deslocamento vertical da função”. O valor do coeficiente c ,

segundo E02 “*muda o período da função*”. Já E03 afirma que “*a interferência do valor de d é vista por meio de deslocamentos horizontais no gráfico, para a esquerda ou para a direita*” e que estes “*não alteram os valores de domínio, imagem, amplitude ou período*”. Na Figura 02 é mostrada a devolutiva do estudante E03 em que faz a construção do gráfico de uma função, identificando seus principais elementos na resolução de uma das atividades solicitadas.

Figura 2.

Resolução de um exercício apresentada pelo estudante E03.



Fonte: Os autores.

Observa-se novamente a habilidade de transitar entre diferentes formas de representação do objeto de estudo (entre forma geométrica e algébrica), nitidamente favorecida pelo uso do GeoGebra, e a partir dessa análise, estabelecer as conexões entre cada uma dessas formas de representação, estabelecendo, na forma de representação textual, uma relação entre cada coeficiente da representação algébrica com suas respectivas representações geométricas. Há dessa forma, evidências da ocorrência da aprendizagem, de acordo com os critérios assumidos neste trabalho para tal identificação.

Considerando os apontamentos feitos pelos estudantes no final da aplicação da sequência didática, a oportunidade de terem contato com o conteúdo antes de discuti-lo em aula foi considerado como facilitador da aprendizagem, situação corroborada pela percepção do estudante E10, ao afirmar que “*essas vídeo-aulas ajudam bastante para já chegar na aula sabendo um pouco mais do conteúdo em si*”, enquanto para E6 “*os vídeos orientados para assistirmos ajudaram muito e devem ser mantidos nas aulas de Matemática*”. Outro aspecto lembrado foi a contribuição de atividades orientadas com questões direcionadas

para que eles conseguissem identificar os padrões nas representações geométricas. Apesar de perceberem a importância do contato prévio, houve quem apontasse algumas dificuldades encontradas, ressaltando a importância da construção coletiva feita em aula, como destacado no depoimento do estudante E3 ao afirmar que “*depois da explicação detalhada e visual do professor não apresentei nenhuma dificuldade (mas apenas depois da explicação)*”. Observa-se nas percepções dos alunos, as contribuições de alguns aspectos característicos das metodologias ativas, entre elas da sala de aula invertida, além do desejo de continuidade desses aspectos, mesmo após o desenvolvimento da pesquisa.

Ainda na percepção dos estudantes, dentre os recursos utilizados durante as aulas o que mais contribuiu na aprendizagem, foi a possibilidade de construção e interação com os OVA, desenvolvidos no GeoGebra. Na visão de E17 “*o GeoGebra traz diversos benefícios nas atividades de trigonometria pois ele mostra na prática infinitas situações que podem nos ser apresentadas*”. De acordo com E18 “*a praticidade do aplicativo ajuda muito nas resoluções, você ocupa menos tempo em cada questão de trigonometria, realmente foi um app muito amigo em Matemática durante o ano e com certeza nos próximos anos*”. Já E2 aponta uma “*maior praticidade em resolver problemas que envolviam gráficos ou formas geométricas*”, enquanto E10 aponta como fator de contribuição do software, “*a precisão na hora de construir qualquer coisa, e a praticidade, pois as medidas são automáticas e mais exatas*”. Novamente há indicativos das contribuições do uso das TD na representação geométrica, facilitando a compreensão de padrões e propriedades que permitem e trânsito para outras formas de representação semióticas, e consequente efetivação da aprendizagem ao permitirem a mobilização simultânea de mais de uma forma de representação, conforme sugerido por Duval (2003).

Considerações finais

Esta pesquisa teve como finalidade identificar diferentes formas de representações semióticas no estudo de conceitos relacionados à trigonometria, de modo a identificar evidências da compreensão e aprendizagem dos objetos estudados. Foi possível observar que, a disponibilização de material de orientação para o desenvolvimento de OVA usando o software GeoGebra e de atividades direcionadas a visualização de padrões ao manipulá-los, contribuiu nas formas de representar os objetos matemáticos em tela. Destaca-se que na visão dos autores é salutar que cada aluno construa seus próprios OVA, pois isto permite o desenvolvimento da sua autonomia e que as situações de aprendizagem se desenvolvam de maneira a compreender e interiorizar os conteúdos estudados.

A indicação de vídeo aulas para promover um contato prévio com os assuntos a serem abordados nas aulas também facilitou a compreensão dos conceitos e o trânsito entre as diferentes formas de representação. Há, portanto, evidências de aprendizagem de acordo com a TRRS, pois os alunos conseguiram identificar representações em um determinado sistema semiótico, efetivaram o tratamento desta representação e realizaram a conversão do objeto de estudo para uma nova representação em um outro sistema semiótico, efetivando o trânsito entre duas ou mais representações. De acordo com Duval (2018, p. 12), os estudantes devem “reconhecer as correspondências, termo a termo, que existem entre as unidades que constituem os conteúdos respectivos de um largo espectro de representações: imagens, esquemas, gráficos, expressão linguística, expressão literal, etc.” Considera-se também que a metodologia utilizada no desenvolvimento da sequência didática favoreceu a compreensão e a utilização de diferentes representações semióticas dos objetos do conhecimento: geométrica, medições organizadas em tabelas, linguagem

falada e escrita e representação algébrica, facilitando o trânsito entre estas representações. O uso da metodologia ativa da sala de aula invertida contribuiu para o desenvolvimento de habilidades e da autonomia dos estudantes na organização de suas atividades e do seu tempo de estudo. Observou-se, contudo, a necessidade de complementação de estudos através de sistematizações e da retomada das atividades desenvolvidas individualmente em aula, a fim de formalizar os conceitos abordados.

Referencias

- Almeida, W. N. C. & Malheiro, J. M. S. (2018). A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de matemática. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 11(2), 57 – 83. <https://doi.org/10.5007/1982-5153.2018v11n2p57>
- Audino, D. F. e Nascimento, R. S. (2010). Objetos de aprendizagem – diálogos entre conceitos e uma nova proposição aplicada à educação. *Revista Contemporânea de Educação*, 10(5), 128-148.
- Bacich, L.; Tanzi Neto, A.; Trevisani, F. M. (2015). *Ensino híbrido: Personalização e Tecnologia na Educação*. Porto Alegre: Penso.
- Bacich, L; Neto, A. T. e Trevisani, F. M. (2019). Ensino Híbrido: personalização e tecnologia na educação. In: L. Bacich; A. T. Neto e F. M. Trevisani (Org.). *Ensino Híbrido: Personalização e Tecnologia na Educação*. (pp. 47 - 65), Porto Alegre: Penso.
- Berbel, N. A. N. (2011). As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. *Revista Semina: Ciências Sociais e Humana*, 32(1), 25 - 40. DOI:10.5433/1679-0359.2011v32n1p25
- Bergmann, J. e Sams A. (2016). *Sala da aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem*. (A. C. C. Serra, Trad.). Rio de Janeiro: LTC.
- Bicudo, M. A. V. (2019). Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo abordagem fenomenológica. In: M. C. Borba e J. L. Araújo (Org.), *Pesquisa qualitativa em educação matemática* (pp. 107-119). Autêntica.
- Borba, M. C, Silva, R. S. R. & Gadanidis, G. (2020). *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática*. (3ª ed) Autêntica.
- BRUGINSKI, W. J. (2014). *Desenvolvimento de planilhas dinâmicas utilizando o software GeoGebra para o estudo de funções trigonométricas*. [Dissertação de Mestrado]. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba.
- Camargo, F. (2018). Por que usar metodologias ativas de aprendizagem? In Camargo, F & Daros, T. (Org.). *A sala de aula inovadora: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo*. (pp. 13-17) Porto Alegre: Penso.
- Christensen, C. M; Horn, M. B.; Staker, H. (2013) Ensino híbrido: Uma Inovação Disruptiva? Uma introdução a teoria dos híbridos. (Fundação Lemann e Instituto Península, Trad.).
- Duval, R. (2003). Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: S. D. A. Machado (Org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. (pp.11-33), Campinas, SP: Papirus.
- Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. (L. F. Levy e M. R. A. da Silveira, Trad.). São Paulo: Livraria da Física.
- Duval, R. (2013). Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Concedida a J. L. M. de FREITAS e V. REZENDE. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 2(3), 10 - 34.
- Duval, R. (2016) Mudanças, em curso e futuras, dos sistemas educacionais: desafios e marcas dos anos 1960 aos anos ... 2030. (M. T. Moretti, Trad.). *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 11(2), 1-78.

- Duval, R. (2018). Como analisar a questão crucial da compreensão em Matemática. (M. T. Moretti, Trad.). *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 13(2), 1-27.
- Fiorentini, D. & Lorenzato, S. (2012). *Investigação em Educação Matemática*. Autores Associados.
- Kay, R. H. & Knaack, L. (2007). Evaluating the learning in learning objects. *Open Learning: The Journal of Open and Distance Education*, 22(1), 5 - 28.
- Moraes, R. & Galiazzi, M. C. (2020) *Análise Textual Discursiva*. Unijuí.
- Moran, J. (2015). Educação Híbrida: Um conceito-chave para educação, hoje. In Bacich, L., Tanzi N. A. & Trevisani, F. M. (Org.). *Ensino híbrido: Personalização e Tecnologia na Educação*. (pp. 27- 45). Porto Alegre: Penso.
- Moran, J. (2018). Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. In Bacich, L. & Moran, J. (Org.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática*. (pp. 02 - 25). Porto Alegre: Penso.
- Scheffer, N. F. (2012). A argumentação em matemática na interação com tecnologias. *Ciência e Natura*, 34, 23-38.
- Valente, J. A. (2015) Prefácio. In Bacich, L., Tanzi N. A. & Trevisani, F. M. (Org.). *Ensino híbrido: Personalização e tecnologia na educação*. (pp. 13 - 17). Porto Alegre: Penso.
- Valente, J. A. (2018). A sala de aula invertida e a possibilidade do ensino personalizado: uma experiência com a graduação em midialogia. In: L. Bacich e J. Moran (Org.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática*. (pp. 26-44), Porto Alegre: Penso.