

USO DE OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DAS CÔNICAS

USE OF VIRTUAL LEARNING OBJECTS IN CONICS TEACHING

Vitor José Petry, Solange Maria Guarda

UFFS - Universidade Federal da Fronteira Sul (Brasil), FURG - Universidade Federal do Rio Grande (Brasil)
vitor.petry@uffs.edu.br, solangemariaguarda@gmail.com

Resumo

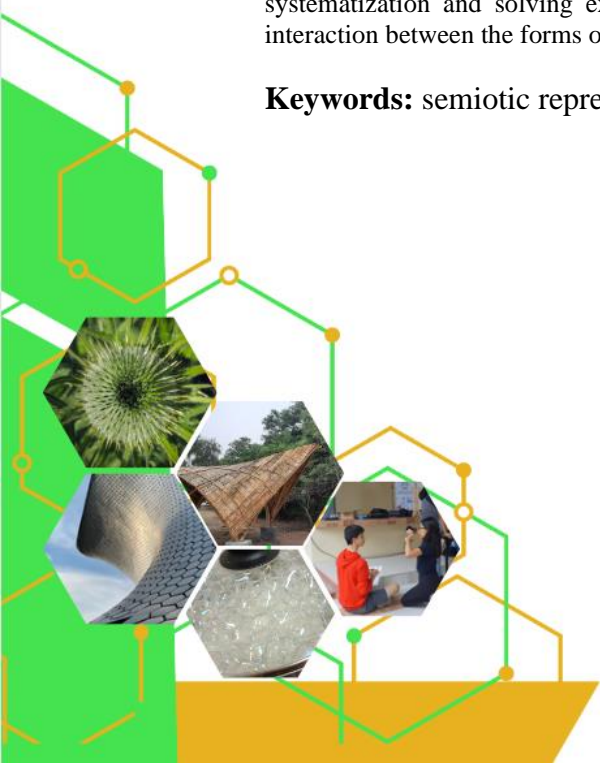
Nesta pesquisa foi aplicada uma sequência didática usando objetos virtuais de aprendizagem (OVA) desenvolvidos no GeoGebra para o estudo de cônicas na disciplina de Geometria analítica, com uma turma da primeira fase de um curso superior de Arquitetura e Urbanismo. Teve como objetivo analisar diferentes representações semióticas apresentadas pelos estudantes, visando identificar evidências da compreensão e aprendizagem dos conceitos abordados. Caracteriza-se como uma pesquisa-ação, com abordagem qualitativa em que os dados produzidos foram submetidos a uma análise textual discursiva. Embora a maioria dos estudantes tenha conseguido transitar entre as diferentes formas de representação, houve a necessidade de complementação de estudos através de sistematizações e da resolução de exercícios. Foram identificados indícios de que a utilização dos OVA contribuiu no momento da interação entre as formas de representação semiótica dos objetos matemáticos abordados.

Palavras-chave: representações semióticas, estudo de cônicas, OVA, GeoGebra

Abstract

In this research, a didactic sequence was applied using virtual learning objects (OVA) developed in GeoGebra for the study of conics, in the discipline of Analytical Geometry with a class from the first phase of a higher education course in Architecture and Urbanism. It aimed to analyze different semiotic representations presented by students, aiming to identify evidence of understanding and learning of the concepts covered. It is characterized as action research, with a qualitative approach in which the produced data was subjected to a discursive textual analysis. Although the majority of students were able to move between the different forms of representation, there was a need to complement their studies through systematization and solving exercises. Evidence was identified that the OVA use contributes to the interaction between the forms of semiotic representation of the mathematical objects covered.

Keywords: semiotic representations, study of conics, OVA, GeoGebra



Introdução

Considerando as dificuldades relativas a conhecimentos de matemática apresentadas por muitos estudantes do Ensino Médio e ingressantes em cursos superiores, algumas universidades oferecem disciplinas de Matemática elementar em seus períodos iniciais. Estas permitem a retomada de conteúdos na tentativa de desenvolver em seus estudantes, habilidades de raciocínio lógico, de argumentação e de representação de conceitos e propriedades abordadas.

Neste trabalho foram analisadas, com base na teoria de Duval (2003, 2009, 2012, 2018), representações apresentadas por dezessete estudantes da primeira fase de um curso de Arquitetura e Urbanismo na abordagem de conceitos relativos ao estudo de cônicas na disciplina de Geometria analítica, com o objetivo de analisar diferentes representações semióticas apresentadas pelos estudantes, visando identificar evidências da compreensão e aprendizagem de conceitos abordados. Considera-se importante que o professor, como mediador dos processos de ensino e de aprendizagem, adote metodologias e estratégias que auxiliem o estudante na compreensão e representação dos objetos de estudo, com a finalidade de torná-los mais significativos, a fim de facilitar sua compreensão. Para Pozo (2002, p. 145), “[...] a possibilidade que um professor tem de mover seus alunos para a aprendizagem depende em grande parte de como ele mesmo enfrenta sua tarefa de ensinar”.

As tecnologias digitais (TD) estão presentes no cotidiano das pessoas, influenciando seu ambiente de trabalho, estudo e relacionamento com os outros indivíduos. Nesta perspectiva, Souza (2016, p. 25) afirma que “[...] nada mais natural que as tecnologias estejam também inseridas no ambiente escolar”. Assim, trabalha-se na perspectiva de que as TD disponíveis nos ambientes escolares e universitários podem auxiliar nos processos de ensino e de aprendizagem, permitindo a interação entre as diferentes formas de representações semióticas dos conceitos trabalhados, contribuindo na elaboração do pensamento cognitivo do aluno.

A interação com objetos virtuais de aprendizagem (OVA), é também, uma forma de utilizar as TD nas aulas de Matemática. Com os OVA o professor tem a possibilidade de apresentar e discutir conceitos com os estudantes de forma dinâmica e prática. Propor a manipulação dos OVA nas aulas de Matemática é uma forma de envolver os estudantes, possibilitando seu aprendizado ativo, despertando neles habilidades importantes para a vida, como raciocínio lógico, autonomia para resolver problemas, proatividade e protagonismo, além de possibilitar diferentes formas de representação dos objetos do conhecimento, principalmente, os relacionados à geometria.

Elencou-se como questão de pesquisa, identificar possíveis contribuições do uso de OVA na interação entre as formas de representação semióticas no estudo das cônicas na disciplina de Geometria analítica. Trata-se de uma pesquisa-ação com abordagem qualitativa. Os dados produzidos foram identificados através das observações em diário de bordo, manifestações dos estudantes e materiais produzidos de forma física e em ambiente virtual a partir da proposição de atividades. Os estudantes tiveram a oportunidade de manipular os OVA e de responder questões que os auxiliaram na observação de padrões e de propriedades, com o intuito de elaborar conjecturas, fazer representações geométricas, algébricas e em linguagem escrita, visando a construção do conhecimento. Os dados foram analisados por meio da análise textual discursiva na perspectiva de Moraes e Galiazzi (2020).

Marco teórico

Considerando as evoluções nas dinâmicas da sociedade, com a incorporação frequente de novas tecnologias a escola também deve se adaptar. Pensar e modificar as práticas pedagógicas considerando o desenvolvimento intelectual, o desempenho do estudante e as transformações sociais deve ser um processo contínuo na prática docente, levando o professor a propor métodos e estratégias para que o estudante construa seus conhecimentos a partir dos conteúdos dispostos no currículo escolar e nas atividades propostas. Como possibilidades de uso das TD no ambiente escolar para fins educacionais, em particular, nas aulas de Matemática, destacam-se os softwares de geometria dinâmica que possibilitam “[...] utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação” (Borba, Silva & Gadanidis, 2020, p. 31).

A construção de objetos geométricos e sua manipulação permite novas abordagens dos conceitos da Matemática, uma vez que os estudantes, por estarem cada vez mais imersos no mundo digital, mostram maior interesse por atividades que envolvam estas tecnologias. Assim, a interação com aplicativos, softwares, jogos ou outro tipo de mídia digital mostra-se uma alternativa promissora na tentativa de despertar o interesse dos estudantes, visando aproximá-los dos conteúdos a serem trabalhados.

Para que as atividades cumpram suas finalidades, a presença mediadora do professor é fundamental, pois é ele quem pode dinamizar todo esse processo por meio dos artefatos disponíveis, buscando explorá-los com criatividade e objetivos bem definidos. Ponte (2003) salienta a relevância dos professores de Matemática nas aulas e a necessidade de estes dominarem as ferramentas das TD, em especial, softwares educacionais específicos da sua disciplina. De acordo com Scheffer (2012, p. 31), “a incorporação de novos recursos tecnológicos na sala de aula de matemática resulta na criação de ambientes de aprendizagem que levam o estudante ao desenvolvimento de novos conceitos e à consolidação da aprendizagem”. Uma forma de utilizar as TD em sala de aula se dá pela construção e a interação com OVA, cuja utilização como instrumento de aprendizagem têm se difundido pela capacidade de simular e animar fenômenos e pela facilidade de proporcionar diferentes representações de objetos, no caso do ensino de Matemática.

Neste contexto, de acordo com Audino e Nascimento (2010), considera-se OVA um recurso didático digital que pode ser utilizado e reutilizado, e que oferece suporte para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos. Já para Kay e Knaack (2007), OVA são ferramentas interativas que apoiam o aprendizado de conceitos específicos, incrementando, ampliando ou orientando o processo cognitivo dos aprendizes. Autores (Aaaa, p. xx) consideram que “os OVA constituem-se como elementos auxiliares no processo de aprendizagem de conteúdos da Matemática, contribuindo na motivação e interação dos estudantes, permitindo uma visualização gráfica/geométrica dos objetos estudados”. Nesta perspectiva, a validação das conjecturas ou teste de hipóteses não se refere somente as demonstrações matemáticas, mas também às argumentações que consistem em “[...] um processo de construção e explicitação de ideias, que acontece por meio da análise de dados, evidências e variáveis para o estabelecimento de uma afirmação ou conclusão que podem estar associadas a justificativas e/ou refutações” (Almeida & Malheiro, 2018, p. 60).

Ao ensinar ou aprender Matemática, utilizam-se diferentes símbolos e formas para representar estruturas conceituais e o uso de OVA é uma tentativa de realizar a interação entre as formas de representação dessas estruturas ou objetos de estudos. Para Duval

(2003, 2009), as diferentes maneiras de representação de conteúdo (matemático ou não), são denominadas representações semióticas, que devem transformar o funcionamento cognitivo do indivíduo para que haja uma apreensão conceitual, de raciocínio ou compreensão de enunciados. Ainda, na percepção do autor, o uso dos sistemas semióticos é essencial para a compreensão do aluno e a importância das representações perpassa o domínio da Matemática e de sua aprendizagem.

O caráter intencional das representações conscientes é fundamental do ponto de vista cognitivo, pois permite tomar consciência do papel essencial da significação na determinação dos objetos e é através dessa significação, que se faz a apreensão do conceito de um objeto. Em particular, para a aprendizagem de diversos objetos matemáticos, é fundamental, o reconhecimento e a representação dos sistemas de numeração, notações simbólicas para os objetos, estruturas algébricas, lógica de operações, figuras geométricas, representações em perspectiva, gráficos, além de outras. Segundo a teoria de Duval (2003, 2009, 2012), é fundamental o desenvolvimento de habilidades para utilizar e transitar por pelo menos dois registros de representação do objeto em estudo para considerá-lo aprendido. Considera-se, portanto, que existem diferentes formas de representação de um mesmo elemento matemático, no entanto, é necessário que haja similaridade no pensamento cognitivo do aluno a fim de que ocorra de fato uma apropriação do conceito matemático relacionado aos objetos apresentados.

Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. Consideram-se, geralmente, as representações semióticas como um simples meio de exteriorização de representações mentais para fins de comunicação, quer dizer para torná-las visíveis ou acessíveis a outrem. Ora, este ponto de vista é enganoso. As representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento. (Duval, 2012, p. 269).

Em Duval (2018), o autor argumenta que o maior obstáculo para a aprendizagem da Matemática é a dificuldade nas conversões das representações semióticas, o que justifica considerar algum objeto apreendido, quando o estudante demonstra habilidade de representá-lo pelo menos em duas formas distintas, conseguindo transitar entre estas formas. Superar o obstáculo da conversão é que faz com que o aprendizado em Matemática de fato ocorra. Duval argumenta que os estudantes “precisam reconhecer as correspondências, termo a termo, que existem entre as unidades que constituem os conteúdos respectivos de um largo espectro de representações: imagens, esquemas, figuras geométricas, gráficos, expressão linguística, expressão literal, etc”. (Duval, 2018, p. 12).

É importante que o professor, como agente no processo de ensino e aprendizagem, tenha ciência como ocorre a formação cognitiva do estudante para fazer as intervenções apropriadas em função da fase de desenvolvimento em que este se encontra, propondo metodologias e estratégias que o levem ao processo de aprendizagem. Assim, torna-se fundamental que o professor proporcione situações de aprendizagem nas quais os estudantes possam comparar as variações de conteúdo nas diferentes formas de representações em um registro.

Procedimentos metodológicos

Nesse trabalho realizou-se uma pesquisa-ação com abordagem qualitativa, ao aplicar uma sequência didática para o ensino de cônicas em uma turma da primeira fase de um curso

superior. É uma pesquisa qualitativa pela finalidade de “[...] atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de métodos previamente definidos e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes” (Bicudo, 2019, p. 113), sendo uma “tentativa de compreender e explicar de forma detalhada os significados e as características situacionais dos objetos estudados” (Proetti, 2018, p. 18).

A pesquisa-ação é compreendida como “[...] uma maneira de se fazer pesquisa em situações em que também se é uma pessoa da prática e se requer melhorar a compreensão da mesma”, como por exemplo, investigar uma prática pedagógica com a finalidade de “fornecer a pesquisadores e participantes elementos ímpares para a compreensão de situações estudadas” (Rocha, 2012, p. 13). Para Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 112), na pesquisa-ação “[...] o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas, sobretudo para mudá-los em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes”.

Foram desenvolvidos oito OVA (dois para o estudo da parábola, três para elipse e três para hipérbole). Cada OVA era acompanhado por instruções de uso, tendo movimentos combinados, que podiam ser habilitados ou desabilitados durante a interação. A partir das atividades desenvolvidas, buscou-se identificar as principais formas de representação semiótica apresentadas pelos estudantes ao interagirem com os OVA e como conseguiram transitar entre diferentes formas de representação dos objetos matemáticos estudados.

O registro das atividades, a produção e coleta de dados para a análise se deu por meio de diário de bordo, de relatórios das atividades realizadas e dos materiais físicos e digitais produzidos pelos estudantes. Em cinco encontros foram desenvolvidas atividades de interação com OVA, sistematização de conceitos e resolução de exercícios. A pesquisa foi aplicada com 17 estudantes e para preservar suas identidades, estes foram identificados aleatoriamente com a letra E seguida de um número natural de 1 a 17.

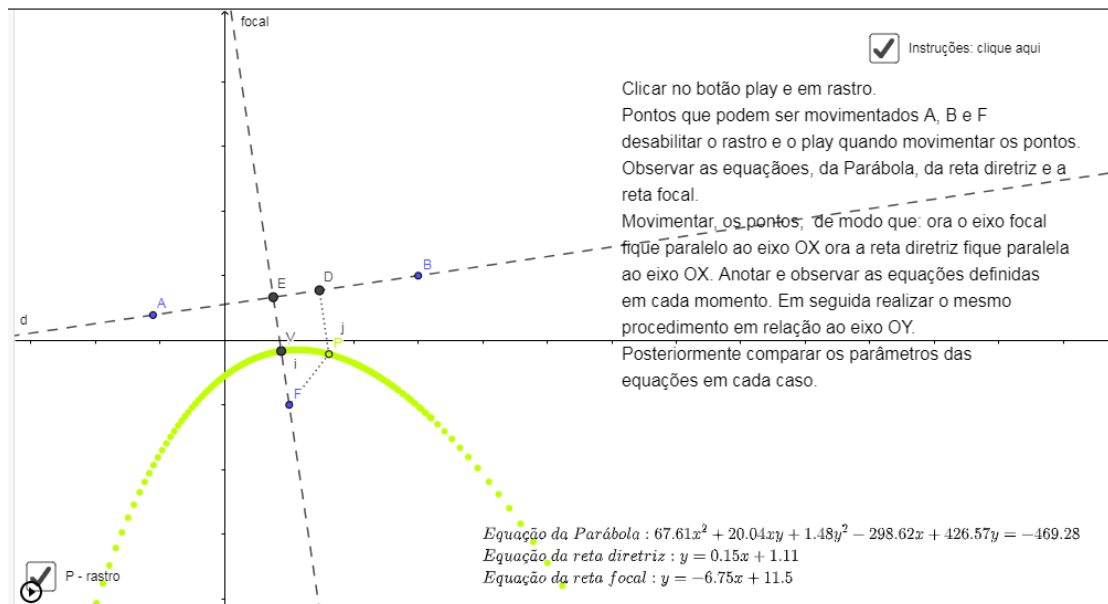
Com vistas a identificar possíveis contribuições do uso de OVA na interação entre as formas de representação semióticas no estudo das cônicas, realizou-se uma análise textual discursiva (ATD) dos dados produzidos, na perspectiva proposta por Moraes e Galiuzzi (2020).

Resultados e análise

Cada OVA foi projetado com finalidade específica. Nesta seção são apresentados os OVA, com uma rápida descrição de cada, seguido da ATD. O trabalho iniciou com o estudo da parábola. No OVA 1, foram destacados os segmentos que representam as distâncias $d(P, F)$, do ponto P (pertence a parábola) ao ponto F (foco) e a distância $d(P, D)$, do ponto P a um ponto D , (projeção ortogonal de P sobre a reta diretriz d). O objetivo desse OVA foi de reconhecer o lugar geométrico da parábola para estabelecer uma relação entre a representação geométrica e sua definição em linguagem escrita. Neste objeto também foram destacados elementos como o eixo focal.

No OVA 2, mostrado na Figura 1, sugere-se que os estudantes posicionem os pontos de forma que a reta diretriz e o eixo focal fiquem paralelos aos eixos coordenados no sistema OXY .

Figura 1.
Print do OVA 2 – Parábola.

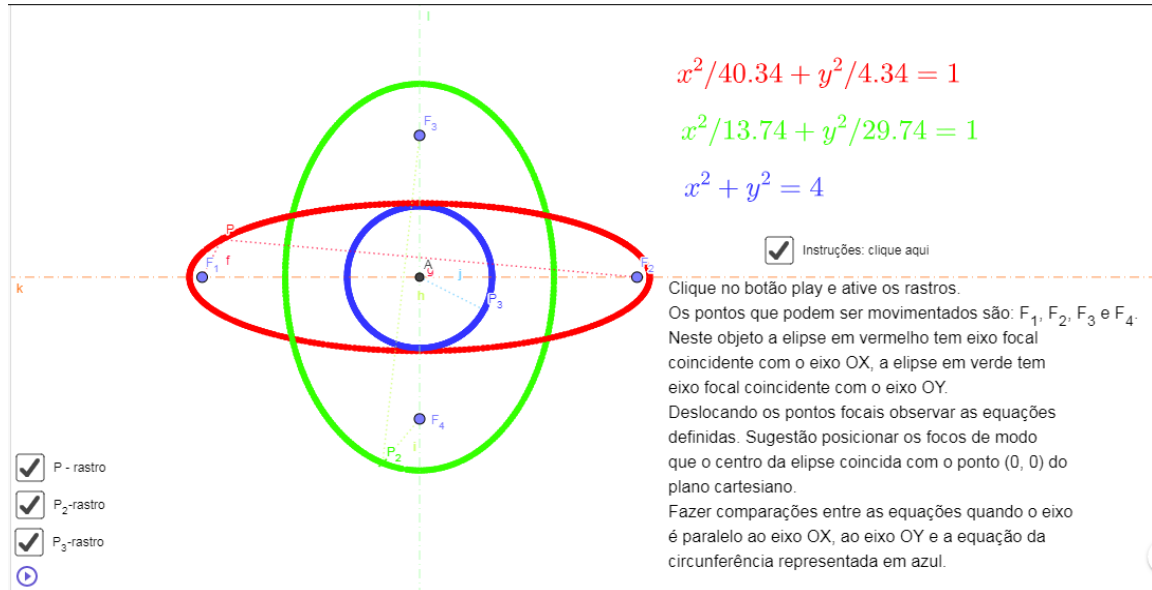


Fonte: Os autores.

Novamente se dá ênfase às distâncias e os principais elementos da parábola, comparando duas formas diferentes de representação da parábola, a geométrica e a algébrica, exibindo sua equação. Ao interagirem com os objetos, os estudantes podem acionar a animação e habilitar o rastro do ponto P , de forma a observar a construção da parábola.

Para a elipse foram elaborados três OVA. No OVA 3 destacam-se os segmentos que representam as distâncias entre um ponto P da elipse e os focos (F_1 e F_2) e o segmento que representa a distância entre os vértices V_1 e V_2 sobre o eixo focal, com a finalidade de identificar o lugar geométrico da elipse, permitindo novamente estabelecer a relação entre a representação geométrica e o enunciado na linguagem escrita. No OVA 4, foram construídas duas elipses, uma com o eixo focal no eixo OX do sistema cartesiano ortogonal OXY , outra com o eixo focal no eixo OY , além de uma circunferência, com o objetivo de identificar as semelhanças e diferenças da equação geral de cada uma dessas cônicas, conforme pode ser observado na Figura 2. Novamente destacam-se duas formas de representação da cônica, a representação geométrica e algébrica. Já no OVA 5 representam-se duas elipses com os eixos transladados, uma com eixo focal paralelo ao eixo OX e outra com o eixo focal paralelo ao eixo OY .

Figura 2.
Print do OVA 4 – Elipse.

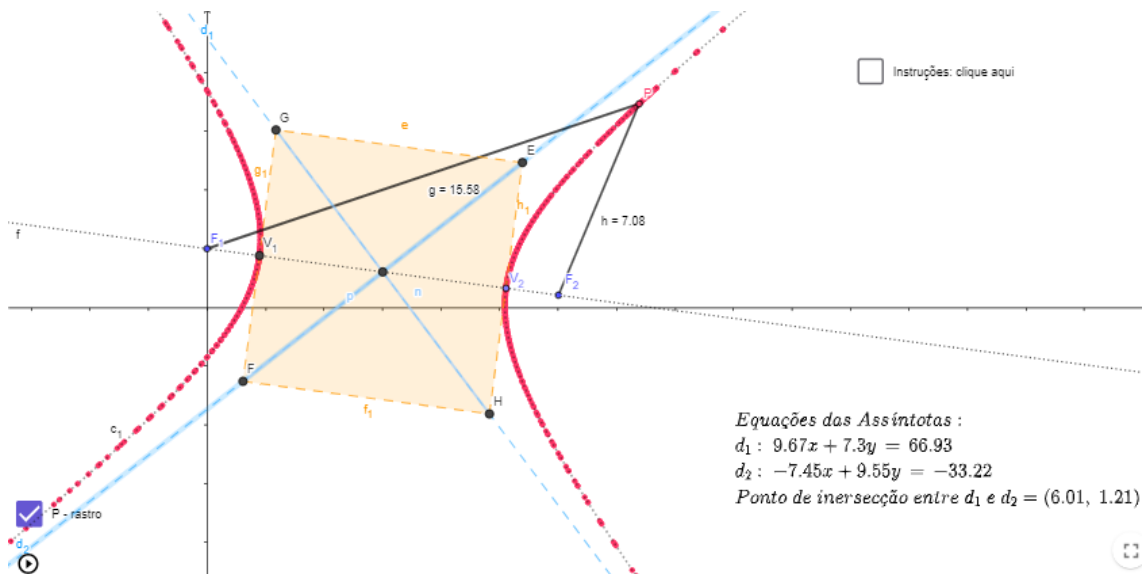


Fonte: Os autores.

Para a hipérbole também foram desenvolvidos três OVA. No OVA 6, destacam-se os segmentos que representam as distâncias de um ponto qualquer da cônica aos focos, e entre os vértices no eixo focal, visando identificar o lugar geométrico da hipérbole. No OVA 7, foram construídas duas hipérbolas, com o eixo focal paralelo ao eixo OX e ao eixo OY , respectivamente, com o objetivo de os estudantes identificarem as semelhanças e diferenças entre suas equações canônicas, observando-se a relação entre a representação geométrica e algébrica em cada caso. Também é possível destacar neste OVA, as translações horizontal e vertical, e suas implicações na representação algébrica. No OVA 8 foram destacados o retângulo base da hipérbole e as retas suportes de suas diagonais, que são suas assíntotas, apresentando-se as respectivas representações algébricas, conforme mostrado na Figura 3.

Após a interação dos estudantes com os respectivos OVA, foi realizada a sistematização dos conceitos envolvidos, destacando-se as definições e principais propriedades, além de suas equações na forma geral e canônica. Durante a manipulação dos OVA e após as sistematizações, foram disponibilizados exercícios aos estudantes para explorarem e melhor compreenderem cada uma das representações semióticas dos objetos estudados, visando facilitar o trânsito entre diferentes formas de representação de um mesmo objeto. A aplicação da sequência didática iniciou com o estudo da parábola. No momento da interação com os OVA 1 e OVA 2 os estudantes foram orientados a descreverem sua percepção sobre a relação entre as medidas dos segmentos destacados no primeiro objeto (distância entre um ponto qualquer da parábola ao foco e à reta diretriz), além da posição do vértice da parábola em relação ao foco e a reta diretriz.

Figura 3.
Print do OVA 8 – Hipérbole.



Ao analisar as respostas dos estudantes, verificou-se que sete (E1, E5, E8, E10, E12, E14 e E16), descreveram os segmentos \overline{PF} e \overline{PD} como iguais, referindo-se às suas medidas. Os estudantes E6 e E13 afirmaram que o ponto P equidista dos pontos F e D. Essas descrições sugerem que conseguiram estabelecer a conexão entre a representação geométrica e a linguagem escrita, apesar da ausência de elementos que ratificassem a descrição do conceito de parábola como um lugar geométrico. Neste primeiro contato com os OVA e sem a interferência da professora, apenas o estudante E15 definiu a cônica em tela, afirmando: “a parábola é um conjunto de todos os pontos do plano que estão a mesma distância de F e D. Os segmentos (\overline{PF} e \overline{PD} possuem a mesma distância)”. Apesar de a definição não ter sido solicitada de forma explícita, observa-se nesta resposta, habilidade de transitar entre a representação geométrica da parábola e sua conceituação em linguagem escrita.

Os estudantes E2, E4, E5, E7 e E8 fizeram menção à posição do foco e da reta diretriz, relacionando esses dois fatos à concavidade da parábola, relatando o observado no objeto, sem precisarem qual elemento da equação estava diretamente relacionado com a concavidade da parábola, não sendo possível, na avaliação dos autores, explicitar se houve real compreensão desse conceito ou apenas uma descrição do observado. E2 afirma que desconhecia as formas apresentadas nos OVA, com posições da parábola diferentes de concavidade “para cima” ou “para baixo” conforme estudado no Ensino Médio, dando uma noção de percepção estática do espaço geométrico em relação a objetos de estudo. Cinco estudantes (E2, E4, E5, E7 e E8) fizeram referência à relação entre a posição da parábola e sua forma algébrica, como exemplificado na resposta de E8: “conforme posicionamento do foco em relação a diretriz, a concavidade pode ser para cima, para baixo, assim como haverá alteração nas equações da parábola, negativa ou positiva, de acordo com o plano cartesiano”. Embora não explicitado na resposta, certamente o referido sinal corresponde ao sinal do parâmetro p (coeficiente da parte quadrática da equação da parábola). E7, E9 e E13 mencionaram a relação das parábolas voltadas para a direita ou para a esquerda com a “equação positiva” ou “negativa”, certamente, analisando o caso com eixo focal paralelo ao eixo OX . E6 observou que, “quanto mais

próximo o foco fica da reta diretriz, a parábola é mais fechada”, identificando, dessa forma, uma importante propriedade da cônica estudada.

Quanto ao vértice V , dez estudantes (E1, E2, E4, E7, E10, E12, E13, E14, E16 e E17) conseguiram descrevê-lo como sendo o ponto médio do segmento com extremidades no foco e no pé da perpendicular à reta diretriz traçada pelo foco (eixo focal), mostrando que conseguiram fazer a conexão entre a representação na forma geométrica e na linguagem escrita. No entanto, cinco estudantes (E3, E5, E8, E9 e E11) fizeram confusão de linguagem, não ficando claro se conseguiram identificar o vértice como o ponto médio do respectivo segmento. E12, além da descrição, fez uma representação gráfica, sugerindo que conseguiu relacionar de forma mais clara a escrita a partir da representação geométrica, enquanto E6 não fez referência ao vértice.

Na interação com os OVA 3, OVA 4 e OVA 5, referentes ao estudo da elipse, os estudantes foram orientados a escreverem sua percepção sobre a relação entre as medidas dos segmentos destacados nos OVA (distância entre um ponto P da cônica aos focos F_1 e F_2 e a distância entre os vértices) e estabelecer uma definição para a cônica em questão. Foram orientados também a alterar o eixo focal, observando a relação entre a representação geométrica e algébrica em cada situação, em particular, com eixos focais paralelos aos eixos coordenados do sistema cartesiano ortogonal.

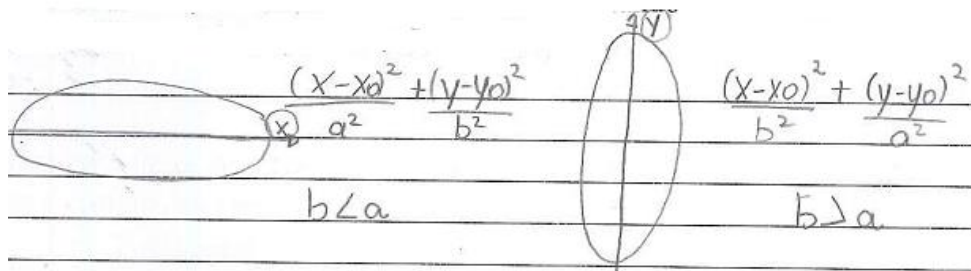
Analisando os dados produzidos durante esta interação, observou-se que 13 estudantes (E1, E2, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E12, E13, E14, E15 e E16) conseguiram transitar bem entre a representação geométrica disponível nos OVA e a explicitação das observações feitas em linguagem escrita, enunciando de alguma forma que a soma da medida das distâncias de um ponto da elipse até os focos mantém-se sempre igual à distância entre os dois vértices (no caso, os pertencentes ao eixo focal). E13, por exemplo, definiu a elipse afirmando que “*é um lugar geométrico dos pontos cuja soma das distâncias aos pontos focais é igual à distância entre os pontos dos vértices pertencentes ao eixo focal*”, mostrando habilidade de estabelecer a conexão entre as formas de representação geométrica e escrita. O termo “*lugar geométrico*” foi usado por vários estudantes, possivelmente influenciados pelo uso deste termo pela professora no estudo da parábola. Comentários e observações feitas por estudantes durante a interação evidenciam que o uso de cores para destacar elementos a serem observados e a disponibilização de instruções de interação contribuíram para a compreensão dos conceitos que deveriam ser visualizados. Por fim, é possível afirmar que apesar de algumas confusões na compreensão e na linguagem escrita, todos fizeram uma tentativa de definir uma elipse, mesmo que, em alguns casos, de forma informal.

No que se refere a estabelecer os padrões para as equações canônicas de elipses com eixo focal paralelo aos eixos coordenados, inicialmente foram identificadas algumas dificuldades. Neste sentido, os estudantes E1, E4, E7, E8, E10, E11, E13, E14, E15, E16 e E17 apenas reproduziram a forma algébrica da equação canônica que estava no OVA apresentado. Os estudantes E3 e E9 fizeram uma descrição imprecisa, não deixando clara a relação entre o formato da elipse e sua representação algébrica. Já E2, E5 e E6 representaram a equação canônica de forma equivocada, passando a impressão de uma cópia equivocada. Aqui cabe observar, analisando as descrições feitas pelos alunos, que houve grande dificuldade de transitar da forma de representação geométrica para a linguagem escrita, limitando-se a maioria apenas a copiar a equação reduzida em cada um dos casos. Houve, com base nessa constatação, uma necessidade de intervenção da professora na tentativa de esclarecer a situação. Parte dessas dificuldades pode ser creditada ao fato de não compreenderem exatamente o que lhes foi pedido, pois, após a intervenção da professora, para a maioria dos estudantes, esta questão foi solucionada.

Observou-se, neste caso, que somente a interação com os OVA não foi suficiente para estabelecer um trânsito satisfatório entre as diferentes formas de representação, sendo fundamental a presença orientadora da professora, auxiliando-os na formalização e sistematização dos conceitos abordados nos OVA. Apesar das dificuldades apresentadas por alguns estudantes, houve quem conseguisse estabelecer essa relação, conforme exemplificado na resposta apresentada por E12, mostrada na Figura 4, em que, mesmo de forma sucinta, pode ser observada a relação estabelecida entre a posição do eixo focal, a representação algébrica e a representação geométrica.

Figura 4.

Estabelecendo a diferença entre as equações canônicas da elipse de acordo com a posição do eixo focal.



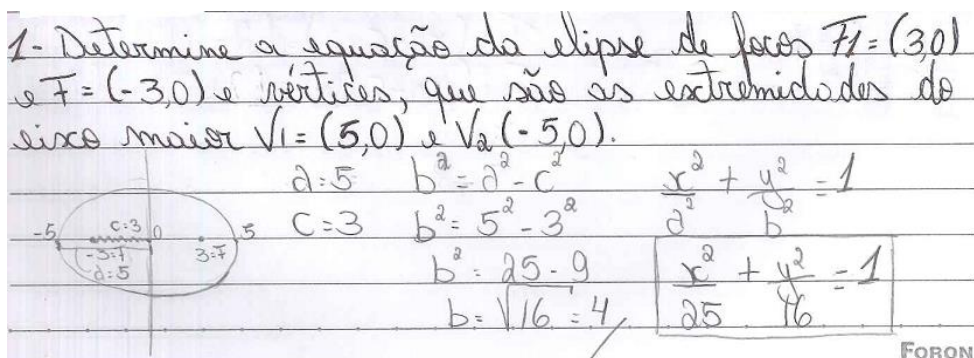
Fonte: Os autores.

As interações com os OVA elaborados para o estudo das hipérbolas tiveram observações similares, indicando que, apesar de algumas dificuldades e da necessidade de esclarecimentos por parte da professora em alguns momentos, os estudantes mostraram habilidades para fazer as representações solicitadas e de transitar entre diferentes formas de representação.

Após o trabalho de sistematização, observou-se melhora significativa na habilidade de transitar entre as três formas de representação mencionadas, sugerindo-se a compreensão dos conceitos abordados, de acordo com Duval (2003, 2009, 2012). Exemplifica-se com a resolução apresentada pelo E14 ao exercício proposto no estudo da elipse, mostrado na Figura 5.

Figura 5.

Solução apresentada por E14 – determinação dos elementos da elipse.



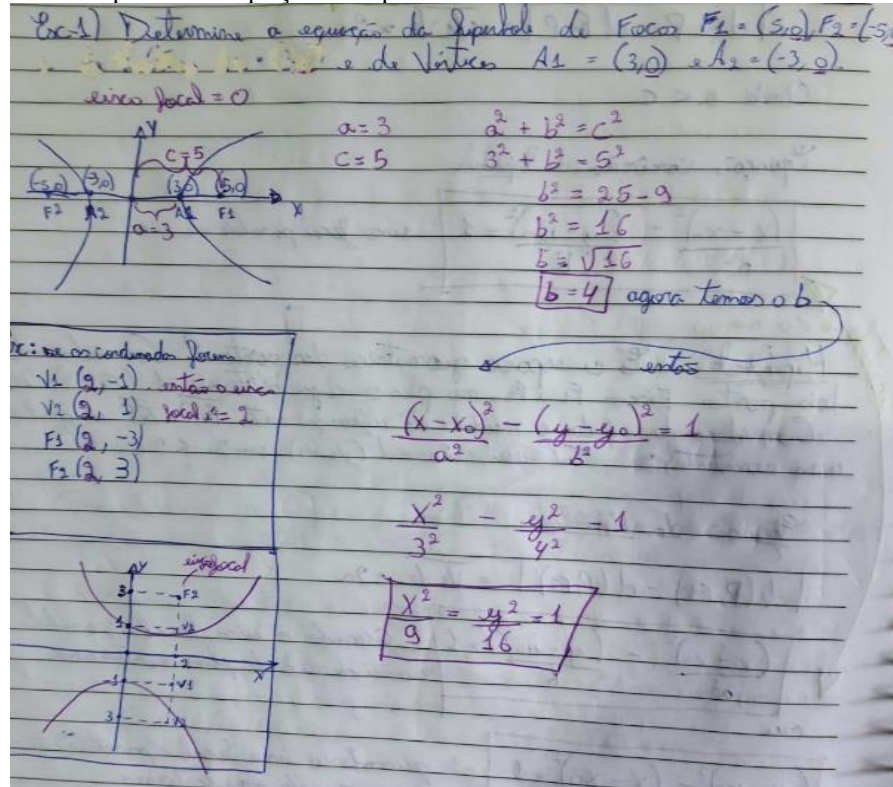
Fonte: Os autores.

Na resolução de um exercício sobre hipérbole, mostrada na Figura 6, o estudante E13 utilizou a representação geométrica como forma de visualizar o problema a fim de entender como proceder na resolução do exercício. Observa-se assim, o trânsito da

linguagem escrita apresentada no enunciado do problema para uma representação geométrica, para a partir desta, estabelecer a representação algébrica do objeto de estudo em tela.

Figura 6.

Solução apresentada por E13 – Equação da Hipérbole.



Fonte: Os autores.

Após a interação com os OVA, a socialização, a formalização e a resolução de exercícios, os estudantes tiveram a oportunidade de apresentarem suas percepções sobre a contribuição do uso dos objetos para a compreensão dos conceitos abordados. De acordo com as percepções apresentadas, houve unanimidade quanto a importância do uso da TD, em particular dos OVA para facilitar a compreensão e a representação dos objetos de estudo. E10 argumenta, que “com o objeto é mais fácil visualizar as parábolas, as hipérbolas e as elipses. Além de ser mais fácil de visualizar, também é mais fácil entender como eles funcionam e como são construídos”. Para E4 “ajuda a compreender de onde vem a definição, a relação entre os pontos, vértices e focos para melhor solucionar as questões”. Para E13 “o objeto virtual é de suma importância e torna a aula mais didática, contribuindo para o entendimento e melhor compreensão do aluno”. Neste relato, talvez, o termo “didático” queira expressar que a aula ficasse mais interessante ou fácil de ser entendida, em seu ponto de vista, ou que ele tem uma melhor compreensão dos temas abordados daquela forma. Para E14, o uso dos OVA “ajuda na compreensão visual, de qual é a forma real, completa da parábola, elipse e hipérbole”.

Por fim, nos relatos, observou-se uma percepção positiva em relação à utilização dos OVA, sendo considerado um recurso didático que desperta mais o interesse, seja pela facilitação na visualização das formas, ou pela representação geométrica estar diretamente relacionada à expressão algébrica em que é possível verificar a mudança na expressão algébrica, quando se movimenta a forma geométrica.

Considerações finais

Esta pesquisa teve como finalidade identificar contribuições do uso de OVA, nas representações semióticas no estudo das cônicas, de modo a identificar evidências da compreensão e aprendizagem dos objetos estudados. Observou-se que, embora alguns estudantes mostrassem algumas dificuldades em expressar suas conclusões, fazendo confusão de linguagem, a maioria mostrou indicativos de habilidades de transitar entre a representação geométrica, a linguagem escrita e a representação algébrica a partir da interação com os OVA e da sistematização dos conceitos realizada durante as aulas, sugerindo a compreensão (mesmo que parcial em alguns casos) dos conceitos trabalhados.

Observou-se que a interação com os OVA contribuiu para a aprendizagem ao possibilitar uma visualização gráfica/geométrica dos objetos matemáticos, principalmente na identificação de propriedades e padrões decorrentes da dinamicidade fornecida nesta interação. Identificou-se também a necessidade de complementação de estudos através de sistematizações e de atividades individuais que levaram ao exercício de diferentes representações, seja usando ferramentas digitais, ou fazendo-as em seus cadernos, permitindo a mobilização simultânea de mais de uma forma de representação, conforme sugerido por Duval.

Referencias

- Almeida, W. N. C. & Malheiro, J. M. S. (2018). A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de matemática. Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, 11(2), 57 – 83. <https://doi.org/10.5007/1982-5153.2018v11n2p57>
- Audino, D. F. e Nascimento, R. S. (2010). Objetos de aprendizagem – diálogos entre conceitos e uma nova proposição aplicada à educação. *Revista Contemporânea de Educação*, 10(5), 128-148.
- Bicudo, M. A. V. (2019). Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo abordagem fenomenológica. In: M. C. Borba & J. L. Araújo (Org.). *Pesquisa qualitativa em educação matemática* (pp. 107-119). Autêntica.
- Borba, M. C, Silva, R. S. R. & Gadanidis, G. (2020). *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática*. (3ª ed). Autêntica.
- Duval, R. (2003). Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: S. D. A. Machado (Org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. (pp.11-33), Campinas, SP: Papirus.
- Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. (L. F. Levy e M. R. A. da Silveira, Trad.). São Paulo: Livraria da Física.
- Duval, R. (2013). Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Concedida a J. L. M. de FREITAS e V. REZENDE. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 2(3), 10 - 34. doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266.
- Duval, R. (2018). Como analisar a questão crucial da compreensão em Matemática. (M. T. Moretti, Trad.). *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 13(2), 1-27.
- Fiorentini, D. & Lorenzato, S. (2012). *Investigação em Educação Matemática*. Autores Associados.
- Kay, R. H. & Knaack, L. (2007). Evaluating the learning in learning objects. *Open Learning: The Journal of Open and Distance Education*, 22(1), 5 - 28.
- Moraes, R. & Galiazzi, M. C. (2020) *Análise Textual Discursiva*. Unijuí.
- Ponte, J. P. (2003). Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em Educação*, 2, 93-169.
- Pozo, J. I. (2002). *Aprendizes e mestres: a nova cultura da aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed.
- Proetti, S. (2018). As pesquisas qualitativa e quantitativa como métodos de investigação científica: Um estudo comparativo e objetivo. *Revista Lumen*, 2(4). <https://doi.org/10.32459/revistalumen.v2i4.60>
- Rocha, T. L. (2012). Viabilidade da Utilização da Pesquisa-ação em Situações de Ensino-aprendizagem. *Cadernos da FUCAMP*, 11(14), 12-21. <https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/218>
- Scheffer, N. F. (2012). A argumentação em matemática na interação com tecnologias. *Ciência e Natura*, 34, 23-38.
- Souza, L. O. (2016). *As TIC na Formação Docente: fundamentos para design de objetos virtuais de aprendizagem*. [Dissertação de Mestrado]. Universidade Federal de Goiás.