



## **ANÁLISIS DE PRÁCTICAS MATEMÁTICAS DE ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN MEDIA. ELEMENTOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE UN PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

### **ANALYSIS OF MIDDLE SCHOOL STUDEMTS' MATHEMATICS PRACTICE; ELEMENTS FOR BUILDING A RESEARCH PROBLEM**

### **ANÁLISE DAS PRÁTICAS MATEMÁTICAS DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO. ELEMENTOS PARA A CONSTRUÇÃO DE UM PROBLEMA DE PESQUISA**

#### **Santiago Cardona**

**Licenciado en Matemáticas y Física: Facultad de Educación, Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.**

Correo electrónico: [santiago.cardona@udea.edu.co](mailto:santiago.cardona@udea.edu.co)

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-6265-6449>

#### **Julián Ramírez**

**Licenciado en Matemáticas y Física: Facultad de Educación, Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.**

Correo electrónico: [jdario.ramirez@udea.edu.co](mailto:jdario.ramirez@udea.edu.co)

Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6956-8321>

#### **Manuela Restrepo-Puerta**

**Licenciada en Matemáticas y Física: Facultad de Educación, Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.**

Correo electrónico: [manuela.restrepop@udea.edu.co](mailto:manuela.restrepop@udea.edu.co)

Orcid: [orcid.org/0000-0002-5343-2494](https://orcid.org/0000-0002-5343-2494)

#### **Mónica Marcela Parra-Zapata**

**Facultad de Educación, Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.**

Correo electrónico: [monica.parra@udea.edu.co](mailto:monica.parra@udea.edu.co)

Orcid: [orcid.org/0000-0002-8844-0013](https://orcid.org/0000-0002-8844-0013)



### ◆ Resumen

Este artículo tiene como objetivo presentar la construcción de un problema de investigación, el cual surge del análisis y las reflexiones de una serie de tareas propuestas en el primero de dos semestres de nuestra práctica pedagógica, en el marco de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Las tareas se analizaron a partir de un enfoque cualitativo de investigación y a la luz de la Actividad Matemática, bajo una perspectiva histórico-cultural de la Educación Matemática. Los resultados dan cuenta de la importancia de proponer tareas a los estudiantes que movilicen sus prácticas matemáticas a partir de la interacción con otros y con el medio, con la intención de promover espacios en el aula en los cuales los estudiantes sean partícipes de su proceso de aprendizaje. Esto es el insumo para la consolidación del problema de investigación de nuestro trabajo de grado.

◆ **Palabras clave:** Prácticas matemáticas, Actividad Matemática, Instrumentos, Conceptos cotidianos, Conceptos científicos.

### ◆ Abstract

This paper aims to present a research problem building, which arises from the analysis and reflection on a set of tasks proposed in the first semester of our teaching practice in the framework of mathematics and physics degree at the Education Faculty of Antioquia University. The tasks were analyzed from a research qualitative approach and according to mathematical activity, under a cultural and historical perspective of mathematics education. The outcomes show the importance of providing

students with tasks that mobilize their mathematical practice from the interaction with other students and with the environment, in order to foster classroom spaces in which the students are participants of their learning process. This is the essence to support the research problem of our degree work.

◆ **Keywords:** Mathematical practices, Mathematical activity, Tools, Everyday concepts, Scientific concepts.

### ◆ Resumo

Este artigo tem como objetivo apresentar a construção de um problema de pesquisa, que decorre da análise e das reflexões de uma série de tarefas propostas no primeiro de dois semestres da nossa prática pedagógica, no âmbito da Licenciatura em Matemática e Física, da Faculdade de Educação da Universidade de Antioquia. As tarefas foram analisadas com base em uma abordagem de pesquisa qualitativa e à luz da Atividade Matemática, sob uma perspectiva histórico-cultural da Educação Matemática. Os resultados mostram a importância de propor tarefas aos estudantes que mobilizam suas práticas matemáticas a partir da interação com os outros e com o meio, com a intenção de promover espaços na sala de aula em que os alunos sejam participantes de seu processo de aprendizado. Esta é a entrada para a consolidação do problema de pesquisa do nosso trabalho de graduação.

◆ **Palavras-chave:** Prácticas matemáticas, Atividade Matemática, Instrumentos, Conceitos cotidianos, Conceitos científicos.



---

## Introducción

---

El presente artículo<sup>1</sup> tiene como propósito presentar la consolidación de un problema de investigación, construido a partir de fundamentos empíricos y teóricos en un proceso de formación de pregrado. El proceso de formación se emprendió al interior de una práctica pedagógica en la Licenciatura en Matemáticas y Física en la Universidad de Antioquia, Medellín-Colombia. La práctica pedagógica constó de tres semestres académicos (4 meses cada uno) y en el presente artículo reportamos el proceso de análisis del primero de ellos.

El proceso de investigación que develamos, se llevó a cabo en diferentes instituciones educativas del departamento de Antioquia-Colombia mediante el Proyecto *PROFE* (Programa de Fortalecimiento Educativo), para el mejoramiento de la calidad educativa en instituciones públicas de Antioquia, un convenio entre la Universidad de Antioquia y la Fundación Argos, desarrollado en el transcurso de los dos semestres del año 2018. El Proyecto nos planteó grandes retos a nivel personal y formativo, pues nos permitió acercarnos al ejercicio docente en diferentes lugares de nuestro departamento, permitiéndonos analizar las diversas maneras en que los estudiantes aprenden matemáticas en cada uno de los lugares a los que asistimos.

La observación de los ambientes de aula como un espacio social, de interacción y diálogo y los resultados de los análisis de los procesos llevados a cabo en el primer semestre de práctica pedagógica, nos permitieron consolidar un fundamento empírico y teórico en los que se apoyó nuestro problema de investigación y que fueron la base para construir la siguiente pregunta de investigación:

*¿De qué manera se movilizan las prácticas matemáticas de estudiantes de educación media a partir de la tensión entre conceptos cotidianos y conceptos científicos acerca de los Números Racionales?*

Esta pregunta la presentamos también al final del artículo, acompañada de un objetivo de investigación, ya que ellos son el resultado del proceso que reporta el presente texto y no su orientación. Es por ello que las conclusiones de los análisis aquí expuestos desembocan en ella.

Las reflexiones se generaron en diálogo con referentes conceptuales de la literatura tales como Obando et al. (2014), con sus aportes a la teoría de la Actividad Matemática y su caracterización de las prácticas matemáticas, Radford (2006, 2014, 2018) en sus contribuciones a la comprensión del devenir de la perspectiva histórico-cultural en Educación Matemática y para el entendimiento de la *interacción* en la *actividad*, esto junto a Jaramillo, Obando y Beltrán (2009). Por último, retomamos los aportes de Kozulin (2000) acerca de los conceptos cotidianos y científicos presentes en las prácticas matemáticas de los estudiantes.

De acuerdo con lo anterior, este artículo está dirigido, principalmente, a quienes se encuentren en etapa de iniciación en el mundo de la investigación, pues los análisis que de aquí surgen podrán servirle como referencia para la construcción de su problema de investigación a partir del proceder en el aula (fundamento empírico) y del contraste con antecedentes teóricos (fundamento teórico). El lector encontrará aquí la primera etapa de la investigación desarrollada en nuestro trabajo de grado, por lo que puede entenderse como los primeros pasos investigativos y nuestras primeras aproximaciones a las reflexiones acerca de la Actividad matemática y las prácticas matemáticas de los estudiantes (Obando et al. 2014).

Para dar cuenta de este proceso de consolidación de un problema de investigación en Educación Matemática, presentamos este artículo en tres apartados. En el primero, presentamos los insumos centrales que fueron los antecedentes para la consolidación de nuestro problema de investigación, los fundamentos teóricos y empíricos;

---

<sup>1</sup>Los insumos teóricos, metodológicos y de análisis, presentados en este artículo, son producto del trabajo de grado para optar al título de Licenciados en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia de los tres primeros autores, asesorados por la cuarta autora.



su aparición en el artículo atiende a asuntos de escritura, pero ambos emergieron en conjunto en el desarrollo de la investigación. El fundamento teórico nos permitió hablar de la Actividad Matemática y de las prácticas matemáticas. Y el fundamento empírico, posibilitó el análisis de unas tareas propuestas a los estudiantes durante el primer semestre de práctica pedagógica. La conjunción de los elementos expuestos en el primer apartado nos permite presentar, en el segundo, la delimitación del problema de investigación, a partir de las reflexiones acerca del desarrollo de las tareas con los estudiantes. Por último, presentamos unas consideraciones finales donde concluimos los análisis, hacemos las últimas reflexiones y planteamos la pregunta de investigación surgida de esta primera etapa, la cual le abre camino a las próximas etapas de la investigación (las cuales serán reportadas en futuras publicaciones).

---

## Fundamentos para construir un problema de investigación

---

Presentamos en este apartado los fundamentos teóricos y metodológicos, que se constituyeron en antecedentes de este proceso investigativo y que dan fundamento al análisis del proceso del primer semestre de práctica pedagógica y la posterior consolidación del problema de investigación. El proceso seguido en este artículo, podría servir de insumo para la consolidación de problemas en futuras investigaciones en el campo de la Educación Matemática.

### ◆ Fundamentos teóricos

#### **Perspectiva histórico-cultural en Educación Matemática**

La perspectiva histórico-cultural (o socio-cultural) de la Educación Matemática engloba nuestro accionar investigativo, pues entendemos que el conocimiento matemático es una construcción de las personas a lo largo de su historia. Radford (2014) nos presenta aportes para comprender el surgimiento de esta perspectiva, la cual viene posicionándose, desde finales de siglo pasado, como una alternativa a la manera individualista generalizada de entender el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Es el esfuerzo de diferentes investigadores por rescatar los aportes de la psicología histórico-cultural de Lev Vygotsky (junto a los intelectuales soviéticos de principios del siglo XX), actualizarlos y adaptarlos al entendimiento del proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas. Al respecto plantea:

Estos investigadores estaban interesados en entender el problema del papel de la cultura, de la historia y de la sociedad en el aprendizaje del alumno—un problema que todavía estamos luchando por entender y que está lejos de haber sido respondido de manera clara y definitiva (Radford, 2014, p. 133).

Esta perspectiva se preocupa por entender la Educación Matemática como un fenómeno social, cultural e histórico, donde el conocimiento matemático es el resultado de la acción humana en un contexto de prácticas particulares, con unas delimitaciones institucionales de acuerdo con una comunidad académica específica. Es decir, no se trata de que los estudiantes sean solo receptores ni que se apropien exactamente de los saberes construidos anteriormente, se trata de que sean hábiles con unas maneras de hacer y pensar en matemáticas a la vez que crean y aportan a ellas. Es por esto que nuestras prácticas pedagógicas y nuestra investigación se enriquecieron por esta perspectiva, pues ella generó diversas miradas y experiencias en los diferentes contextos en los que nos desenvolvimos y nos permitió reconocer saberes previos de los estudiantes poniéndolos en discusión, por medio de prácticas matemáticas (Obando et al., 2014), con saberes culturales.

Por otra parte, Kozulin (2000) presenta elementos importantes para el devenir histórico de la perspectiva socio-cultural de la educación, nos aproxima a los aportes de Vygotsky acerca de los estudios socioculturales, a su interés por la relación entre el lenguaje humano y la conciencia y al desarrollo de los procesos mentales superiores (pensamiento verbal, memoria lógica, atención selectiva), los cuales se originan mediante la *actividad* cultural humana, es decir, de la acción al pensamiento. Este desarrollo de la idea de *actividad* en Vygotsky (y posteriores como Leontiev), como proceso colectivo y orientado, para la construcción de sentidos y significados es retomado por diversos autores en la actualidad para buscar comprender el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Entre ellos encontramos a Obando et al. (2014), quienes hacen valiosos aportes para una teoría de la Actividad Matemática, los cuales presentamos en el siguiente componente.

### Actividad matemática y prácticas matemáticas

Encontramos entonces, los aportes de Obando et al. (2014) a una teoría de la Actividad Matemática como un sustento importante para nuestro proceso de investigación, los cuales nos permiten comprender las prácticas matemáticas (y su movilización) de los estudiantes que participaron en esta investigación. En la figura 1, vemos que la *actividad* se entiende como un conjunto de acciones socialmente dirigidas con el objetivo de alcanzar un fin (objeto/motivo educativo), pero además como un proceso colectivo en el cual la *interacción* con otros y con el medio y la reflexión de las propias prácticas, son fundamentales para la transformación de las prácticas matemáticas y el posicionamiento frente a un sistema de prácticas institucionalizado, histórico y cultural.

Figura 1: Actividad Matemática.



Fuente: Ramírez et al. (2021).

El hacer con otros, orientado hacia un fin, es lo que permite la construcción de sentidos y significados, "la acción de cada sujeto siempre constituye una réplica a las acciones de los otros" (Jaramillo et al. 2009, p. 9), es el proceso por el cual los sujetos se inscriben a la cultura a través de la *interacción* (Radford, 2018).

Las prácticas matemáticas que permiten evidenciar la manera cómo los sujetos se inscriben a la cultura se pueden caracterizar, en correspondencia con Obando et al. (2014), por

los objetos de conocimientos con —y sobre los cuales se actúa— los conceptos que se enuncian sobre los mismos, los instrumentos para la acción, las técnicas que permiten tales instrumentos, los problemas, en tanto metas que orientan la acción, las formas de discursividad que permiten poner el hacer en el lenguaje —formas de decir, de escribir, de comunicar—, y finalmente el conjunto de visiones metamatemáticas [configuración epistémica] que permiten la toma de decisiones sobre el hacer —cosmovisiones, valoraciones sobre las matemáticas, fines de las matemáticas, posturas filosóficas y ontológicas— (p. 83).



Estas características permiten mostrar, no solo la manera cómo las personas desarrollan en el presente su Actividad Matemática, sino también, cómo sus transformaciones dejan ver la constitución de nuevos conocimientos matemáticos. Es decir, la movilización (transformación) de las prácticas matemáticas es el aprendizaje.

En este artículo, nos centramos en analizar los *instrumentos* y los *conceptos* en el marco de la movilización de las prácticas matemáticas de los estudiantes. Los *instrumentos* son un mediador entre las construcciones sociales y la apropiación que los individuos tengan de ellas, es decir, no son solo signos, símbolos, textos, fórmulas, gráficas, entre otros, pues de ser así “el lenguaje simbólico-algebraico quedaría reducido a un conjunto de jeroglíficos” (Radford, 2006, p. 113) y, por tanto, son también, las *maneras de leer el mundo* que se encuentran encarnadas en los objetos materiales y simbólicos.

Los *conceptos*, por su parte, son constructos simbólicos que traen consigo unas operaciones mentales y que son el producto de un proceso de generalización de atributos, pero también, y, sobre todo, un proceso de síntesis de dichos atributos que lo hacen situarse en relación con otros conceptos en una red sistemática (Obando et al., 2014, p. 76). Los *instrumentos* y los *conceptos* reflejados en las prácticas matemáticas de los estudiantes permiten evidenciar sus maneras de acercarse a los *objetos de conocimiento matemático*. Sus cambios repercuten en la movilización de los demás elementos constitutivos de las prácticas matemáticas, es decir, generan aprendizaje. Estos *conceptos* según Kozulin (2000) pueden ser *cotidianos* o *científicos*.

### Conceptos cotidianos y científicos

Los *conceptos cotidianos* (Kozulin, 2000, p. 65) se encuentran ligados directamente con la experiencia de las personas en sus prácticas diarias (incluidas las prácticas académicas), son conceptos espontáneos que surgen de las reflexiones que los individuos hacen de sus prácticas cotidianas y de las generalizaciones producto de dichas reflexiones. Estos no aparecen comúnmente en el programa escolar, pero generan herramientas importantes para el entendimiento del mundo. Sin embargo, los conceptos cotidianos son limitados y carecen de sistematicidad, por lo que es importante la interrelación, a través de las prácticas matemáticas, con *conceptos científicos*, los cuales son avalados por una comunidad académica y presentan estructuras organizadas y jerárquicas. Estos son codificaciones culturales y construcciones históricas. Cuando nos referimos a conceptos científicos no hablamos solamente de aquellos que surgen directamente de una ciencia en específico, sino de aquellos que se caracterizan por poseer una estructura formal, lógica y descontextualizada.

La interrelación entre los *conceptos cotidianos* y los *conceptos científicos* genera una *tensión*, pues es un proceso de disputa y complemento que propicia una síntesis (en términos dialécticos), es decir, una constitución de nuevos conceptos matemáticos en las personas.

### ◆ Fundamentos empíricos

#### Camino metodológico y tareas propuestas

Las tareas aquí presentadas fueron fruto de un diálogo entre los requerimientos del Proyecto PROFE y de nuestros intereses como maestros en formación, es por ello que se presentan, por ejemplo, tareas relacionadas con los documentos curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN) de Colombia, pero a partir de nuestras propias perspectivas y experiencias.

En esta etapa de la investigación, basados en un enfoque cualitativo, observamos, a través de relaciones dialógicas y comunicativas con los estudiantes, diferentes elementos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que



son problemáticos en términos investigativos, coherentes con la perspectiva educativa que asumimos y expusimos en el componente anterior.

El trabajo de investigación fue llevado a cabo en el transcurso del año 2018 con estudiantes de educación media (entre 15 y 18 años), en tres Instituciones Educativas diferentes ubicadas en dos municipios del departamento de Antioquia-Colombia, a saber: los municipios de Girardota-Antioquia y San Luis-Antioquia, en las que hicimos presencia los investigadores de manera separada, donde realizamos las mismas planeaciones para nuestras clases.

En este semestre construimos y ejecutamos planeaciones de clase que buscaron fortalecer en los estudiantes algunas competencias y pensamientos matemáticos propuestos por el MEN en los *Lineamientos curriculares de Matemáticas* (1998), los *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas* (2006) y los *Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas-Versión 2* (2016), a la vez que aportaron herramientas a los estudiantes para la presentación de las Pruebas Saber 11 (examen de Estado para finalización de ciclo escolar de educación media) y los exámenes de admisión a las universidades públicas de Medellín, Colombia (Universidad de Antioquia y Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín). Esto, dadas las condiciones del proyecto, el cual tenía como objetivos el mejoramiento de la calidad educativa en instituciones públicas de Antioquia y aportar elementos formativos que permitan a los estudiantes de educación media acceder a la educación superior en nuestro país.

Esta primera etapa de nuestro trabajo de investigación la desarrollamos en tres ciclos como se muestra en la Figura II:

**Figura 2:** Ciclos iniciales del primer semestre de práctica pedagógica.



Fuente: Elaboración propia (2019).

Los ciclos presentados en la Figura II, se desarrollaron de la siguiente manera:

**Presentación e introducción al proyecto:** dividido en tres sesiones de clase de dos horas cada una, en el cual presentamos el proyecto a los estudiantes participantes y propusimos tareas encaminadas a reconocer el contexto socio-cultural de los estudiantes, impulsar la creatividad a través del juego y fomentar la interacción en el aula de matemáticas.

**Profundización en pensamiento numérico, variacional, métrico y espacial (MEN, 2006):** dividido en varias sesiones de clase de dos horas cada una, en el cual profundizamos en los pensamientos numérico, variacional, métrico y espacial, con base en los documentos orientadores del currículo del área de matemáticas en Colombia. El pensamiento aleatorio también hace parte de los cinco pensamientos propuestos por el MEN (1998), pero no fue posible trabajarlo por falta de tiempo.

**Presentación de pruebas externas:** en el cual, apoyados en los ciclos anteriores, aportamos herramientas para la presentación de las Pruebas Saber 11 y los exámenes de admisión a las universidades públicas de Medellín



(Universidad de Antioquia y Universidad Nacional de Colombia). Este ciclo no fue objeto de estudio en nuestra investigación, por lo que omitiremos los detalles para efectos del presente artículo.

A continuación, presentamos algunos aspectos que se abordaron en cada uno de los ciclos y análisis sobre ellos, con un especial énfasis en las tareas que nos permitieron observar elementos esenciales en las prácticas matemáticas (Obando et al. 2014) de los estudiantes en el aula.

### Análisis de las tareas

Presentamos a continuación cuatro episodios sucedidos en las tres instituciones educativas presentadas anteriormente, el análisis a los episodios nos permitió reflexionar acerca del devenir de la Actividad Matemática, las prácticas matemáticas de los estudiantes y de la presencia de los conceptos (cotidianos y científicos) y los *instrumentos* en algunas tareas propuestas, para así consolidar nuestro problema de investigación el cual redundaba en la pregunta de investigación, que presentamos al final del artículo.

Iniciamos con una de las tareas del primer ciclo, donde los estudiantes resolvieron acertijos lógicos al usar palillos de madera. Continuamos con la primera tarea del segundo ciclo que consistió en problemas escritos con Números Racionales y ecuaciones lineales. Seguido a esto, presentamos una tarea del segundo ciclo donde se relacionan los conceptos cotidianos y los conceptos científicos para la construcción de *instrumentos* matemáticos. Por último, mostramos cómo la construcción de un instrumento de medida permitió poner en movimiento la Actividad Matemática, logrando el aprendizaje.

En el primer ciclo desarrollamos una tarea que permitió explorar diversas miradas de las matemáticas, la cual llamamos *Carrera de obstáculos lógicos*. Esta tarea consistió en cuatro acertijos lógicos que los estudiantes debían resolver con la ayuda de palillos de madera (ver figura III). La tarea implicaba la *interacción* permanente de los estudiantes, entre ellos y con materiales poco convencionales, en el aula de matemáticas. Las *interacciones* entre ellos se realizaron de manera colaborativa y orientadas a la solución del problema presentado, es decir, los estudiantes no solo hicieron cosas juntos, sino que fueron capaz de orientar su trabajo en equipo a la consecución de un objetivo. Es esto lo que Radford (2018) llama una *interacción* humana orientada por la *actividad* que permite un “proceso de inscripción del sujeto en la cultura” (p. 72).

*Figura 3: Juego lógico con palillos.*



*Fuente: Fotografía tomada por los autores (2018).*



Esta tarea nos permitió observar algunas relaciones que los estudiantes hicieron con su contexto y sus ocupaciones cotidianas a la hora de enfrentarse a este tipo de problemas. Un ejemplo de ello, lo pudimos observar cuando uno de los estudiantes de una de las Instituciones Educativas, el cual trabaja a diario en un restaurante con su madre, resolvió de manera rápida un problema que implicaba el movimiento de figuras; al resolverlo argumentó que “lo he logrado fácilmente debido a que acomodo todos los días las mesas del restaurante de mi mamá y juego con las figuras que se forman al montar una mesa sobre otra” (Estudiante 1, entrevista, 23 de marzo de 2018).

Este hecho nos permitió reflexionar acerca de cómo los estudiantes tejen relaciones dialécticas entre su contexto y los conceptos matemáticos, habilidades o pensamientos. Resaltamos que los *conceptos cotidianos*, que son producto de la práctica espontánea de las personas en su vida diaria, se constituyen en insumos para el devenir de la Actividad Matemática en el aula, y, por tanto, para la creación de condiciones necesarias para el aprendizaje. Este es un aspecto que profundizaremos en el desarrollo de las siguientes tareas.

Para el segundo ciclo, decidimos empezar con una tarea escrita donde abordamos ejercicios referentes a los pensamientos numérico y variacional (MEN, 1998), con la intención de explorar los diferentes *instrumentos* y *conceptos* que los estudiantes manifestaban acerca de estos dos pensamientos matemáticos. Los *objetos de conocimiento matemático* que se abordaron en esta tarea fueron los Números Racionales y las ecuaciones lineales a partir de diversos *problemas* planteados. Esta tarea permitió evidenciar varios aspectos problemáticos en las prácticas matemáticas de los estudiantes que pueden posibilitar múltiples investigaciones en Educación Matemática.

Con respecto a las prácticas matemáticas de los estudiantes, pudimos observar dos situaciones reiterativas:

No hay una conexión entre los contextos de las preguntas, los *conceptos* y los *instrumentos* asociados a estos, a partir de los cuales se puede abordar la solución de las preguntas; es decir, en algunas preguntas se evidencia (de manera oral o por medio de un gráfico) una comprensión de lo planteado, lo que quiere decir, en correspondencia con Obando et al. (2014), que se presentan unos *conceptos* construidos acerca del *objeto de conocimiento matemático*, pero no se presenta asociación con un determinado *instrumento* para encontrar su solución (ver figura IV).

Figura 4: Solución problema estanque de estudiante.

4) Cuando a un estanque le falta llenar el 30% de su capacidad contiene 10800 litros de agua más que cuando estaba lleno al 30% de su capacidad.  
La capacidad total del estanque, en litros es:

a) 27000  
b) 32400  
c) 36000  
d) 43200

Diagrama del estanque: Un rectángulo dividido en tres partes. La parte superior está etiquetada como '30% X', la parte inferior como '10800', y la parte central como '30% X'.

Solución matemática:

$$20\% X = 10800$$
$$20 \cdot X = 10800$$
$$X = \frac{10800}{20}$$
$$X = 540$$

Capacidad total:

$$30\% X + 10800 + 30\% X = X$$
$$0.3X + 10800 + 0.3X = X$$
$$0.6X + 10800 = X$$
$$10800 = X - 0.6X$$
$$10800 = 0.4X$$
$$X = \frac{10800}{0.4}$$
$$X = 27000$$

Fuente: Trabajo de los estudiantes (2018).

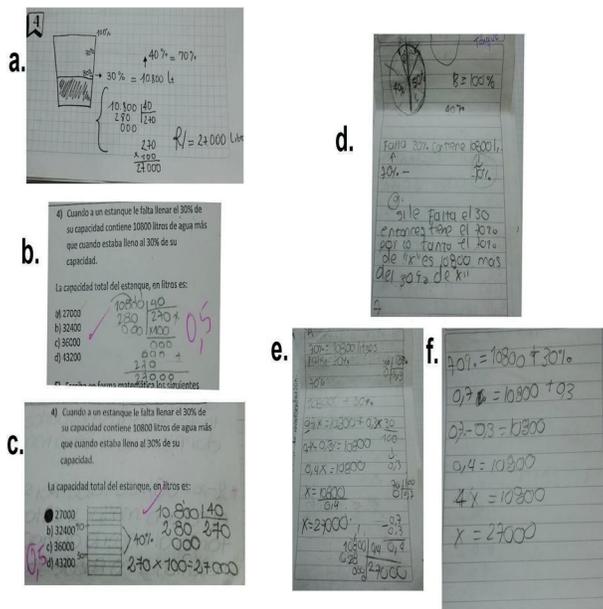
En la Figura IV observamos, en la parte izquierda, que el estudiante logra realizar un diagrama que ilustra lo que el enunciado le plantea, es decir, puede presentar un *instrumento* asociado al *concepto* matemático donde se muestra una apropiación de construcciones sociales, pero a su vez, deja ver (en la parte derecha de la Figura IV)



que no consigue hacer uso de unas maneras culturalmente codificadas de proceder en el área de matemáticas que le ayuden a darle solución a la situación que expone el enunciado. Esto deja ver la desconexión entre un *instrumento* para la acción en matemáticas y otro, o bien, que hay algunos *conceptos* construidos (lo que puede decirse del objeto) pero desconectados de unas técnicas e *instrumentos* que permitan materializarlos.

Los estudiantes utilizan diversas representaciones, símbolos y expresiones (*instrumentos*) para expresarse acerca de un mismo problema matemático y para llegar a su solución (ver Figura V).

Figura 5: Distintas maneras de solucionar problema estanque por diferentes estudiantes.



Fuente: Trabajo de los estudiantes (2018).

En este caso, observamos que al proponer a los estudiantes el mismo enunciado presentado en la Figura IV, representan de diferentes maneras la situación; es decir, utilizan distintos *instrumentos* (Obando et al., 2014) para plantear una posible solución. Así, en las Figuras V.a y V.c se presentan dos ilustraciones que intentan representar un estanque dividido en diferentes porciones a las cuales se les asigna un porcentaje determinado del que surge unas técnicas algebraicas, asociadas a *instrumentos*, que soluciona la situación, en particular en la Figura V.c observamos una representación de la fracción como relación parte-todo. Al mismo tiempo, en las Figuras V.d, V.e y V.f, podemos observar una representación que no intenta mostrar exactamente el estanque, sino que genera una relación de los porcentajes con respecto a un todo, donde se asocia además unas técnicas (asociadas a *instrumentos*) pertinentes. En la Figura V.b. los estudiantes representan la situación por medio del algoritmo de la división, sin necesidad de hacer una ilustración. En general, podemos decir que cada estudiante, de acuerdo con su acercamiento a unas maneras matemáticas de ver el mundo, se relaciona de un modo diferente con el saber, es decir, con los *objetos de conocimiento matemático*, lo que refleja los diferentes *conceptos* que los estudiantes han construido acerca de este.

Otra de las tareas trabajadas en el segundo ciclo tuvo que ver con dos objetos de conocimiento matemático, a saber, potenciación y radicación. Consistió, en un primer momento, en presentar a los estudiantes las propiedades

de la potenciación y la radicación (saberes institucionales codificados culturalmente) escritas con un sistema de símbolos poco convencional en el caso de las matemáticas (ver Figura VI), y pedirles que, por medio de la búsqueda de valores numéricos otorgados a los símbolos presentados y del tanteo, determinaran la validez de las mismas y las excepciones que puedan tener. En un segundo momento, se les propuso a los estudiantes resolver dos ejercicios relacionados con las propiedades trabajadas.

**Figura 6:** Tarea de los estudiantes al usar propiedades de la potenciación.

$$\begin{array}{c} 4 \square^{n^2} \cdot \triangle^3^{n^2} = (\square^4 \cdot \triangle^3)^{n^2} \\ 4 \cdot 4 = 16 \quad 16 \cdot 9 = 144 \quad 3 \cdot 3 = 9 \quad 9 \cdot 9 = 81 \end{array}$$

**Fuente:** Trabajo de los estudiantes (2018).

Resaltamos, a partir de esta tarea, la importancia de realizar acciones en el aula donde se puedan establecer relaciones entre los conocimientos previos de los estudiantes (o *conceptos cotidianos*) y los saberes propios y sistemáticos del área (o *conceptos científicos*), pues ambos se complementan dialécticamente para construir una estructura conceptual clara y cambiante (Kozulin, 2000). Las propiedades de la potenciación y la radicación presentadas comúnmente como algo acabado que debe aprenderse de manera exacta, se convirtieron aquí en una construcción que los estudiantes hicieron al observar las características, excepciones y realizar generalizaciones de atributos que se sintetizaron en unos *instrumentos* (Obando et al., 2014).

Sin embargo, en el segundo momento de la tarea, cuando les propusimos ejercicios donde se utilizan estas propiedades construidas en el aula, no pudo evidenciarse una apropiación de estas propiedades como *instrumentos* que permiten la acción matemática, aun así, consideramos que la primera parte fue un aporte valioso para esto y lo que habría que hacer, es generar más tareas que permitan que esos *instrumentos* construidos cristalicen su experiencia con los *objetos de conocimiento*, a la vez que se conviertan en mediadores para el uso de los constructos sociales previos a la hora de enfrentar un *problema*.

La última tarea dentro de este ciclo, para abordar el pensamiento métrico y espacial, se denominó *El Inclínómetro* y se desarrolló en dos sesiones de clase. En la primera, se realizó la medición de una estructura, lo suficientemente alta (que requiriera más que uno o dos metros para medirla), por medio de herramientas no convencionales de medición como palos de escobas, hilos, zapatos, cordones, entre otros, encontrados en el aula o en la Institución. Esta sesión permitió reconocer los saberes de los estudiantes, ver y escuchar las ideas que tenían para darle solución a la situación y cómo entendían la medición relacionada con otros *objetos de conocimiento matemático* como la multiplicación.

El siguiente fragmento de entrevista nos permitió evidenciar estas ideas en una de las conversaciones que surgieron en esta sesión:

**Entrevista personal:** La medición de una altura tomado el día 31/05/2018.

Estudiante 1: de acá hasta arriba tiene treinta y siete adobes, ¿cierto? (señala el muro, Figura VII) ¿Qué pasa? que cada adobe mide diecinueve centímetros... lo que hicimos fue que multiplicamos los diecinueve centímetros por los treinta y siete adobes y entonces eso dio un resultado de setecientos veintiséis centímetros.

Estudiante 2: pero es contando también el separador que es de cemento, que mide tres centímetros.

Profesor: ¿y por qué multiplicaron?



Estudiante 3: porque no daba dividiendo ni sumando....

Profesor: ¿Qué es una multiplicación?

Estudiante 4: se dobla el resultado.

Estudiante 2: una multiplicación es (piensa un momento), cuando se cuenta de números en números, entonces, por ejemplo, dos por dos entonces se multiplica dos veces el dos... cuando está el dos y lo multiplica por el dos, entonces dos veces el dos le da cuatro, es eso, eso es una multiplicación...

*Figura 7: Medición de la altura de una estructura por estudiantes.*



*Fuente: Fotografía tomada por los autores (2018).*

En la figura VII, observamos dos de las estudiantes que se encontraban explicando cuál había sido el proceso para la medición de uno de los muros de la Institución. Previo a esto, las estudiantes habían discutido cuáles herramientas tenían a su alcance y cuáles estructuras podían medir con estas, y por tal motivo, decidieron elegir el muro. En el fragmento escrito con anterioridad, indagamos para comprender la solución que abordaron las estudiantes frente a esta situación y, se infiere de sus respuestas, que las estudiantes hicieron propios algunos *conceptos e instrumentos* matemáticos y los utilizaron en la tarea para facilitar una medición inicialmente tediosa.

En la sesión siguiente, al continuar con la tarea, los estudiantes realizaron la medición de la misma estructura, pero ahora con una herramienta de medición denominada *inclinómetro*. Esta herramienta fue construida conjuntamente en el aula con la ayuda de materiales de fácil acceso como transportador impreso, pitillos, hilo y cinta (ver Figura VIII). El desarrollo de esta tarea permitió observar la manera cómo se movilizaron las prácticas matemáticas de los estudiantes cuando se enfrentan a situaciones que ponen en *tensión* sus *conceptos cotidianos* con unos *conceptos científicos* propios del área. En este caso, la medición como un proceso propio de la cotidianidad, pero también como un proceso exacto, sistemático y cultural, permite el encuentro individuo-sociedad y pone en movimiento la Actividad Matemática (Obando et al., 2014).



Figura 8: Inclinómetro.



Fuente: Fotografía tomada por los autores (2018).

El uso del *inclinómetro*, al ser un *instrumento* que trae consigo saberes matemáticos propios del pensamiento espacial y los sistemas geométricos (MEN, 1998) propicia que los estudiantes se acerquen a ellos de una manera horizontal, es decir, no miran el conocimiento hacia arriba como algo que se debe alcanzar, sino como algo que se construye por medio de la *interacción*, con el *instrumento*, con sus pares y con el medio (Radford, 2018).

---

## Delimitación del problema de investigación

---

Presentamos en este apartado la delimitación del problema de investigación como producto de las relaciones entre los fundamentos empíricos y teóricos expuestos en el apartado anterior.

Como mencionamos antes, la práctica pedagógica que reportamos en este artículo se desarrolló en tres semestres académicos, aquí analizamos el proceso vivido durante el primer semestre. El primer semestre de nuestra práctica pedagógica se constituyó en la primera etapa de nuestra investigación, pues fue el momento donde construimos el problema a investigar a partir de nuestra experiencia docente en el Proyecto PROFE.

Consolidamos el problema de investigación, el cual presentamos a continuación, así como su pertinencia en el campo de la Educación Matemática, y lo delimitamos después con una pregunta y un objetivo de investigación. En este sentido, el problema se delimitó desde lo teórico y lo empírico a partir de 7 elementos centrales:

En primer lugar, evidenciamos una falta de conexión, en las prácticas matemáticas de los estudiantes, entre los conceptos y los procedimientos. En segundo lugar, observamos que los estudiantes hacen uso de diversas representaciones para referirse a un concepto matemático. En tercer lugar, notamos la presencia de una dificultad para relacionar los conceptos matemáticos con la cotidianidad. En cuarto lugar, el hecho de poner en juego los conceptos cotidianos de los estudiantes con los conceptos científicos del área por medio de una tarea, genera un detonante importante para el aprendizaje. En quinto lugar, las tareas se entendieron de manera aislada, no se logra ver un hilo conductor. En sexto lugar, el enfrentamiento a problemas de la vida cotidiana como la medición es un gran movilizador de la Actividad Matemática, donde la interacción juega un papel fundamental. Por último, el uso de instrumentos como el *inclinómetro* permitió develar conceptos matemáticos implícitos en él.

El análisis de las tareas iniciales desarrolladas en el primer semestre de práctica pedagógica, abrió el camino a nuestro proceso de investigación, y generó, como aporte a la Educación Matemática, diferentes reflexiones acerca del tipo de tareas que se pueden desarrollar en el aula de matemáticas, dirigidas a la movilización de las prácticas



matemáticas (Obando et al., 2014) de los estudiantes y por ende, al desarrollo de la Actividad Matemática orientada por un objeto/motivo educativo que permita el acercamiento de los estudiantes a maneras culturalmente codificadas (o *conceptos científicos*) de pensar en matemáticas (Kozulin, 2000). Todo esto a partir, también, de los *conceptos cotidianos* que los estudiantes han construido de sus reflexiones vivenciales diarias, sean estas en la calle, la casa o la escuela.

La *interacción* juega un papel principal en el devenir de la Actividad Matemática, pues es fundamental para la construcción de sentidos y significados, es el contacto permanente con los demás y con el medio y según Obando et al. (2014), son fundamentales para la movilización (transformación) de las prácticas matemáticas y el posicionamiento frente a un sistema de prácticas institucionalizado, histórico y cultural. Es por este motivo, que las tareas que se proponen a los estudiantes no deben ser aquellas en donde ellos sean únicamente receptores de conocimientos, sino donde sean partícipes de su construcción en la *actividad* con otros.

Así, a partir de lo expuesto en este artículo y de las conclusiones derivadas de los análisis de nuestra primera etapa de investigación, nuestro objeto de estudio lo encontramos entonces en las prácticas matemáticas (Obando et al., 2014) de los estudiantes, más específicamente en las relaciones entre los conceptos matemáticos, los instrumentos y procedimientos, y sus saberes cotidianos. Y a partir de ello fue posible proponer como pregunta orientadora de la investigación: *¿De qué manera se movilizan las prácticas matemáticas de estudiantes de educación media a partir de la tensión entre conceptos cotidianos y conceptos científicos acerca de los Números Racionales?* En correspondencia el objetivo general que orientó las siguientes etapas de nuestra investigación fue: *Analizar la manera cómo se movilizan las prácticas matemáticas de estudiantes de educación media a partir de la tensión entre conceptos cotidianos y conceptos científicos acerca de los Números Racionales.* En síntesis, nuestro problema de investigación involucró el análisis de las prácticas matemáticas de los estudiantes, de manera más precisa, de los conceptos cotidianos y científicos que se pusieron en juego en dichas prácticas y de los instrumentos y procedimientos que usaron.

La discusión en torno a los elementos que se constituyeron en respuesta a esta pregunta y al alcance del objetivo esperamos sean publicados y difundidos posteriormente en otros espacios.

---

## Consideraciones finales

---

Presentamos en este apartado algunas consideraciones finales en torno a las prácticas matemáticas de los estudiantes y al proceso de construcción del problema de investigación.

El diálogo de los fundamentos teóricos y empíricos fue un detonante (hecho que desencadenó acciones) para el desarrollo del proyecto de investigación, pues permitió generar motivación, cuestionamientos y miradas diferentes de las matemáticas (entendiéndolas como algo más que procedimientos ahistóricos e inmóviles) y en esta medida se convirtieron en elementos centrales para la caracterización de nuestro problema de investigación gracias a los análisis que de allí surgieron.

A partir de las reflexiones de las tareas iniciales presentadas en este artículo, reconocimos la importancia de proponer tareas a los estudiantes que movilicen sus prácticas matemáticas a partir de la interacción con otros y con el medio. A la vez, estas reflexiones nos permitieron generar nuestro problema de investigación, el cual involucró el análisis de las prácticas matemáticas de los estudiantes, de manera más precisa, de los *conceptos cotidianos* y los *conceptos científicos* que se pusieron en juego en dichas prácticas y de los *instrumentos* y procedimientos que usaron. Todo esto, en el marco de los Números Racionales como objeto de conocimiento



matemático, pues en el contacto con los estudiantes durante el primer semestre de práctica (primer etapa de la investigación) reconocimos la importancia que estos tienen para la vida cotidiana y académica de las personas ya que, en coherencia con Obando (2003, p. 158), permiten analizar y darle significado a grandes volúmenes de información cuantificada en términos de porcentaje, probabilidad, razones, fracciones, entre otros. De igual manera, son de gran importancia en los procesos escolares, pues se constituyen como una base fundamental para la formación en otras disciplinas de la ciencia.

En términos de la construcción de un problema de investigación para la formación inicial de profesores investigadores en Educación Matemática, consideramos que, aunque es un proceso complejo, es fundamental analizar las acciones que se llevan en el aula en diálogo con los insumos teóricos en pro del enriquecimiento de ambos espacios.

---

## Referencias

---

- Jaramillo, D., Obando, G. y Beltrán, Y. (8 a 10 de octubre de 2009). El conocimiento matemático, actividad matemática e interrelaciones en la clase. En *Décimo Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Pasto, Colombia.
- Kozulin, A. (2000). *Instrumentos psicológicos: la educación desde una perspectiva sociocultural*. Barcelona: Ediciones Paidós.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de aprendizaje V2 en Matemáticas*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- Obando, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. *Revista Ema*, 8(2), 157-182.
- Obando, G., Arboleda, L. y Vasco, C. (2014). Filosofía, Matemáticas y Educación: una perspectiva histórico-cultural en Educación Matemática. *Revista Científica*, 3(20), 72-90.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(Extraordinario 1), 103-129.
- Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132- 150.
- Radford, L. (2018). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. *PNA*, 12(2), 61-80.
- Ramírez, J. D. R., Restrepo-Puerta, M., Arenas, S. C. y Parra-Zapata, M. M. (2021). Movilización de Prácticas Matemáticas de estudiantes de educación media, a partir de un ambiente de aprendizaje con números racionales. *Revista Ciencias y Humanidades*, 12(12), 202-225.