

NIVELES DE VAN HIELE SOBRE TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS EN ESTUDIANTES DE QUINTO GRADO DE PRIMARIA

VAN HIELE LEVELS ON TRIANGLES AND CUADRILATERALS IN FIFTH GRADE PRIMARY SCHOOL STUDENTS

Lourdes Rodríguez Soto, Elizabeth Advíncula Clemente
Pontificia Universidad Católica del Perú. (Perú)
lourdes.rodriguezs@pucp.edu.pe, eadvincula@pucp.edu.pe

Resumen:

El modelo de Van Hiele aporta a la enseñanza y el aprendizaje de la geometría e incluye dos dimensiones: niveles de razonamiento geométrico y fases de aprendizaje. El objetivo de esta investigación es identificar los niveles de razonamiento geométrico respecto a triángulos y cuadriláteros en estudiantes de quinto grado de primaria de un colegio particular en Perú. Este estudio es cuantitativo, descriptivo, no experimental y transversal. Se encontró que el razonamiento geométrico entre los estudiantes es diverso y complejo puesto que cada uno mostró habilidades de razonamiento geométrico que los ubicaron en distintos grados de adquisición de los niveles de Van Hiele.

Palabras clave: pensamiento geométrico, primario, investigación cuantitativa y descriptiva

Abstract:

The Van Hiele model contributes to geometry teaching and learning. This model includes two dimensions: the Van Hiele levels of geometric thinking, and the learning phases of Van Hiele. The aim of this research is to identify the levels of geometric thinking related to triangles and quadrilaterals in fifth-grade primary school students from a private school in Peru. This is a quantitative, descriptive, non-experimental and cross-sectional study. It was found that the geometric thinking among the students is different and complex since each one showed geometric reasoning skills that placed them in different acquisition grades with respect to the Van Hiele levels.

Keywords: geometric thinking, primary, quantitative and descriptive research

■ Introducción

La presente investigación surge al observar las dificultades que presentan los estudiantes de educación primaria al desarrollar actividades vinculadas con contenidos geométricos.

Asimismo, responde al interés de conocer el razonamiento geométrico de estos estudiantes

dada la presencia que tiene la geometría en nuestras actividades, sea de manera directa o indirecta. Este estudio se enmarca en la línea de investigación denominada Pensamiento geométrico, y parte por reconocer a la geometría como una ciencia que promueve el desarrollo de habilidades y destrezas de razonamiento geométrico tales como habilidades visuales, de razonamiento, interpretativas, de clasificación, de lenguaje, de dibujo, entre otras. Asimismo, al conocer cuál es el desarrollo del pensamiento geométrico en los niños, es posible conocer las dificultades que encuentran ante ciertos conceptos y relaciones geométricas. De esta manera, los docentes tendrán un punto de partida para saber de qué manera acompañar a sus estudiantes en su proceso de aprendizaje. La investigación responde a la siguiente pregunta: ¿Cuál es el nivel de razonamiento geométrico que alcanzan los estudiantes de quinto grado de primaria de una institución educativa particular de Lima al desarrollar un test sobre triángulos y cuadriláteros? Para ello, se propone tener como marco de referencia de la investigación los Niveles del Modelo de Van Hiele, los cuales permiten conocer el razonamiento geométrico de los estudiantes al identificar las habilidades del nivel en el que se encuentran.

■ Marco teórico

Modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele

El modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele o la Teoría de Van Hiele se remonta al año 1957 en la Universidad de Utrecht, Holanda. Este modelo fue presentado por la pareja de esposos conformada por Dina van Hiele-Geldof y Pierre van Hiele. Según De Villiers (2012), Pierre van Hiele presentó una investigación basada en los problemas de aprendizaje de sus estudiantes en el área de geometría; mientras que Dina van Hiele se enfocó en estudiar un experimento de enseñanza para la geometría. A partir de estas dos investigaciones y las experiencias recogidas por ambos autores surgió el modelo de Van Hiele.

Los Van Hiele se percataron que, al igual que hoy en día, muchos alumnos no comprenden lo que estudian, debido, probablemente, a la ausencia de actividades que permitan a los estudiantes demostrar una afirmación o un ejercicio. Tal y como señala Corberán et al. (1994), “es difícil encontrar cursos de Primaria, ni siquiera del Ciclo Superior, en los que se realicen demostraciones más o menos rigurosas, aunque sean intuitivas, de las propiedades o resultados que se están estudiando” (p. 12).

Descripción de los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele

Los niveles de Van Hiele o niveles de razonamiento geométrico agrupan distintas habilidades geométricas, que a su vez se organizan de acuerdo con su complejidad. Estos niveles son una “descripción de los distintos tipos de razonamiento geométrico de los estudiantes a lo largo de su formación matemática, que van desde el razonamiento intuitivo de los niños hasta el formal y abstracto de los estudiantes de las licenciaturas de Matemáticas” (Guillén, 2004, p.105). De igual manera, estos niveles de razonamiento geométrico son secuenciales, progresivos y específicos de acuerdo con el tema geométrico a trabajar.

Los niveles de Van Hiele por los que atraviesa el estudiante respecto a su razonamiento geométrico son cinco: Visualización, Análisis, Clasificación, Deducción y Rigor. Cada uno de los cinco niveles de Van Hiele presenta características particulares, sin embargo, guardan relación uno del otro. De acuerdo con Gamboa y Vargas (2013), la relación que existe entre los niveles es tal que para que un estudiante domine su nivel y alcance el siguiente nivel deberá cumplir con ciertos aprendizajes del nivel anterior.

En la educación escolar primaria y secundaria se pueden distinguir los cuatro primeros niveles de razonamiento de Van Hiele. Estos son: Visualización; Análisis; Clasificación y Deducción. El quinto nivel, el nivel de “Rigor”, demanda del estudiante una alta capacidad de abstracción. Para Gamboa y Vargas (2013) y Gutiérrez y Jaime (1991), este último nivel solo se desarrolla en estudiantes de universidades con buena capacidad y comprensión de la geometría.

A continuación, se describen los niveles del 1 al 4, ya que son aquellos que, según Gamboa y Vargas (2013), los estudiantes de colegio pueden alcanzar.

Nivel 1: Visualización

El nivel 1 denominado con el nombre de “Nivel de visualización” o “Nivel de reconocimiento”, es aquel en el que los objetos se perciben por su totalidad o como unidades (Guillén, 2004). Los estudiantes en este nivel perciben las figuras geométricas “centrando sus descripciones en el aspecto físico de las figuras [...]. No son capaces de generalizar características de una figura a otra” (Aravena y Gutiérrez, 2016, p.110).

Nivel 2: Análisis

En el nivel 2 o “nivel de análisis”, los conceptos de los cuadriláteros y triángulos se entienden a través de los elementos que los componen, identificando y generalizando propiedades de los mismos, las cuales se utilizan independientemente sin establecer relaciones entre ellas.

Nivel 3: Clasificación

Para Gutiérrez y Jaime (citados por Uribe, Cárdenas y Becerra, 2014), en el nivel 3 o “Nivel de Clasificación”, se realizan clasificaciones lógicas de los objetos, descubriendo nuevas propiedades en base a relaciones o propiedades ya conocidas y por medio del razonamiento informal. Así mismo, se comprenden los pasos individuales de un razonamiento lógico en una forma aislada pero no se comprende el encadenamiento de estos pasos ni la estructura de una demostración.

Nivel 4: Deducción

El nivel 4 o “Nivel de Deducción”, los estudiantes comprenden la estructura axiomática de la matemática y se emplea el razonamiento lógico formal para construir demostraciones, comprendiendo la posibilidad de obtener el mismo resultado siguiendo distintas premisas. Sin embargo, los estudiantes en este nivel aún no han adquirido un 34 conocimiento global de los sistemas axiomáticos, por lo cual no se comprende la necesidad del razonamiento riguroso (Gutiérrez y Jaime, 1996).

Procesos de pensamiento claves en los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele

En su “Diseño para evaluar los niveles de Van Hiele”, Gutiérrez y Jaime (1994) consideran diferentes “key thinking process” (“procesos de pensamiento clave”) por cada nivel de razonamiento propuestos en el modelo de Van Hiele. Según estos autores, los procesos de pensamiento clave que caracterizan a los niveles de Van Hiele son: Identificación, Definición, Clasificación y Prueba. Al igual que los niveles de razonamiento de Van Hiele, estos procesos claves se explican según el tema geométrico que se busca evaluar.

A partir del tema de triángulos y cuadriláteros, el primer procedimiento se refiere a la “identificación” de la familia a la que pertenece cada objeto geométrico; el segundo procedimiento se enfoca en la “definición” de un concepto, el cual puede darse como una repetición o lectura de un concepto dado o aquella que formula una definición para una clase de figuras geométricas; el tercer procedimiento apunta a la “clasificación” de objetos geométricos en diferentes familias; y el último proceso indica la “prueba” de propiedades o afirmaciones a manera de convencer a alguien sobre la veracidad de dichas afirmaciones.

Como señalan Gutiérrez y Jaime (1994), los niveles de razonamiento geométricos están integrados por procesos de pensamiento clave, y a su vez estos están conformados por distintas habilidades matemáticas como: identificar, comparar, demostrar, clasificar, entre otras. Sin embargo, no todos estos procedimientos y habilidades forman parte de todos los niveles. En la siguiente tabla (tabla 1) se observa la distribución de los procesos de pensamiento por cada nivel de Van Hiele.

Tabla 1. *Procesos de pensamiento clave en cada nivel de razonamiento de Van Hiele.*

	Identificación	Definición	Clasificación	Prueba
Nivel 1	✓	✓	✓	x
Nivel 2	✓	✓	✓	✓
Nivel 3	x	✓	✓	✓
Nivel 4	x	✓	x	✓

Fuente: Tomado y adaptado de Gutiérrez y Jaime (1994, p. 43).

Descripción de las propiedades de Van Hiele

En su descripción de los niveles de Van Hiele, Corberán et al. (1994) resaltan que estos niveles de razonamiento geométrico presentan propiedades que explican el recorrido de los estudiantes a través de los niveles hasta demostrar la comprensión de aquello que están aprendiendo. Las propiedades resaltadas por Corberán et al. son:

Secuencialidad

Los niveles guardan relación uno con el otro, es decir, la adquisición de un nivel no supone dejar de lado las habilidades de razonamiento conseguidas en el nivel precedente. Según los autores mencionados anteriormente, los estudiantes utilizan de manera implícita o inconsciente ciertas habilidades, las cuales cuando llegan a usarse de manera explícita o consciente en los próximos niveles significan el “paso al siguiente nivel”.

Continuidad

Es decir, conforme los estudiantes van adquiriendo destrezas irán desenvolviéndose en situaciones sencillas hasta llegar a situaciones complejas. Tal y como señalan Corberán et al. (1994) “el aprendizaje de una nueva forma de razonar no se realiza de golpe. La experiencia en la realización de actividades y la resolución de problemas hace que poco a poco se vayan adquiriendo esas nuevas destrezas” (p. 23).

Lenguaje específico

Van Hiele (citado por Corberán et al., 1994) afirma que “dos personas que razonan en diferentes niveles y que, por lo tanto, interpretan los argumentos expuestos de formas diferentes, no podrán entenderse” (p. 23). El lenguaje que se use en cada nivel varía no solo por el vocabulario matemático que empleen los alumnos, sino también por la comprensión de términos matemáticos.

Evaluación de los niveles de Van Hiele

La evaluación de los niveles de Van Hiele tiene como propósito identificar el nivel o los niveles de razonamiento geométrico que presentan los estudiantes respecto a un determinado tema relacionado a la geometría. Según Aravena, Gutiérrez y Jaime (2016) evaluar la adquisición de los niveles de Van Hiele implica evaluar razones, argumentos, explicaciones y demostraciones que están detrás de las respuestas que los niños brinden en un test u otra prueba. De acuerdo a Jaime (1993), no se puede determinar un nivel de razonamiento único en un niño. Es así que, para la evaluación de los niveles de Van Hiele esta investigación empleará la “metodología del cálculo de los grados de adquisición de los niveles de razonamiento” y de la corrección matemática de las respuestas propuestas por Fortuny, Gutiérrez y Jaime (1991).

Grados de adquisición de los niveles de Van Hiele

Al hablar de grados de adquisición se hace referencia al porcentaje o dominio de un nivel de razonamiento respecto a otro (en un mismo estudiante). La determinación del grado de adquisición va desde el “dominio nulo” hasta el “dominio completo”. Jaime (1993) explica así los grados de adquisición que pueden encontrarse por cada nivel de Van Hiele:

Tabla 2. *Grados de adquisición de los niveles de razonamiento de Van Hiele.*

Grado de Adquisición	Descripción
Adquisición nula	No se emplean las características de un nivel de razonamiento determinado.
Adquisición baja	Empieza la conciencia de las características, métodos y exigencias propios del nivel, sin embargo, es muy pobre el uso de los mismos.
Adquisición media	El empleo de las características y métodos de este nivel es más frecuente y preciso. No obstante, todavía no se domina el nivel, por lo que suele haber saltos frecuentes entre dos niveles consecutivos de razonamiento.
Adquisición alta	Dominio de características y métodos del nivel. En ocasiones se hace uso inadecuado de las herramientas propias del nivel de razonamiento.
Adquisición alta y completa	Dominio total de las herramientas y métodos de trabajo propios del nivel de razonamiento.

Fuente: Tomado y adaptado de Jaime (1993).

Los grados de adquisición permiten la buena lectura y comprensión de las respuestas al test de razonamiento geométrico. Para ello, es importante conocer los tipos de respuestas que se pueden obtener en el test de razonamiento geométrico. A continuación, se describen los siete tipos de respuesta que desarrolla Jaime (1993) para comprender y saber identificar el grado de adquisición de los niveles de razonamiento. Es preciso mencionar que los tipos de respuestas varían de acuerdo con el tema geométrico a evaluar.

Tabla 3. *Tipos de respuestas.*

Tipo de respuesta	Descripción
Tipo 1	Sin respuestas o con respuestas que indican que el estudiante no está en un determinado nivel de razonamiento.
Tipo 2	Respuestas matemáticas incorrectas y muy incompletas que no contestan directamente a la pregunta planteada, pero en las que se reconocen indicios de utilización de cierto nivel de razonamiento.
Tipo 3	Respuestas matemáticas correctas pero muy incompletas, en las que se reconocen indicios de utilización de cierto nivel de razonamiento. Respuestas breves y pobres, aunque no contienen errores matemáticos.

Tipo 4	Respuestas que reflejan claramente características de dos niveles de razonamiento consecutivos. Estas pueden ser matemáticamente correctas o incorrectas, pero deben ser bastante completas.
Tipo 5	Respuestas bastante completas, pero matemáticamente incorrectas, que reflejan claramente la utilización predominante de un nivel de razonamiento determinado.
Tipo 6	Respuestas bastante completas y matemáticamente correctas, que reflejan claramente la utilización predominante de un nivel de razonamiento determinado. No obstante, no llegan a resolver el problema totalmente.
Tipo 7	Respuestas matemáticamente completas y correctas, que reflejan claramente la utilización de un nivel de razonamiento determinado.

Fuente: Tomado y adaptado de Jaime (1993).

En la tabla 4 se aprecia la correlación entre la “corrección matemática” y el “uso del nivel de Van Hiele” por cada tipo de respuesta. Así, por ejemplo, una respuesta tipo 2 significa que es matemáticamente incorrecta y que por lo que se observa el nivel de razonamiento es bajo; mientras que una respuesta tipo 5 puede ser matemáticamente incorrecta, sin embargo, se observa un nivel de razonamiento alto.

Tabla 4. Características de los tipos de respuestas.

	Corrección Matemática	
	Incorrecta	Correcta
Alto	5	6, 7
Medio	4	
Bajo	2	3

Fuente: Tomado de Jaime (1993).

Asimismo, una vez determinado el tipo de respuesta al test de razonamiento, el siguiente paso para asignar el grado de adquisición es la ponderación de dichas respuestas. Jaime (1993) propone una ponderación en porcentaje que va del 0% al 100% y que responde a cada tipo de pregunta. En la siguiente tabla se aprecia lo anteriormente mencionado:

Tabla 5. Ponderación de los diferentes tipos de respuestas.

Tipo	1	2	3	4	5	6	7
Ponderación (%)	0	20	25	50	75	80	100

Fuente: Tomado de Jaime (1993).

■ Metodología

Objetivos de la investigación

El objetivo principal de la investigación es “Caracterizar el nivel de razonamiento geométrico respecto a los triángulos y cuadriláteros en estudiantes de quinto grado de primaria de una institución educativa particular en Perú”. Este objetivo busca responder a la siguiente pregunta de investigación: “¿Cuál es el nivel de razonamiento

geométrico respecto a los triángulos y cuadriláteros que alcanzan los estudiantes de quinto grado de primaria de una Institución Educativa particular de Lima Metropolitana?”.

Asimismo, los objetivos específicos del estudio son: “Describir los niveles de razonamiento geométrico según Van Hiele, respecto a los triángulos y cuadriláteros que se espera alcancen los estudiantes de quinto grado de primaria” e “Identificar el nivel de razonamiento geométrico según Van Hiele, respecto a los triángulos y cuadriláteros en estudiantes de quinto grado de primaria de una Institución Educativa particular de Lima Metropolitana”.

Metodología de la investigación

Este estudio es de tipo descriptivo, no experimental de diseño transversal y cuantitativo. Según su nivel, el presente estudio es “descriptivo”, es decir, se centra en caracterizar a un grupo o cualquier fenómeno con el objetivo de establecer su comportamiento, estructura o rasgos particulares (Arias, 2012). De acuerdo a su diseño, esta investigación es “no experimental de diseño transversal”. Es una investigación no experimental, ya que no hay manipulación intencional de las variables o categorías de estudio ni asignación al azar de la muestra (Fernández, Hernández y Baptista, 2010). También es de diseño transversal, puesto que se “[...] recolectan datos en un solo momento, en un tiempo único. Su propósito es describir variables y analizar su incidencia e interrelación en un momento dado” (Fernández et al. 2010, p. 151). Por último, de acuerdo al enfoque de investigación, el presente estudio es de corte cuantitativo. Para Suárez (2017), Fernández et al. (2010), el enfoque cuantitativo, busca predecir, controlar y confirmar hipótesis, apoyándose de estudios previos y de la medida de variables, así con este enfoque se construirán creencias propias para un grupo determinado de personas.

Población y muestra

La población de la presente investigación la conforman los estudiantes de quinto grado de primaria de una IE particular de Lima Metropolitana, Perú. De igual manera, la muestra la conforman cuatro estudiantes con alto rendimiento académico ubicados en quinto grado de primaria de institución educativa particular de Lima Metropolitana.

Técnica e instrumento de investigación

La técnica para la recogida de información fue la prueba. Fernández et al. (2010) consideran que las pruebas o inventarios miden variables específicas, como la inteligencia, la personalidad, el razonamiento matemático, el tipo de cultura organizacional, el estrés preoperatorio, entre otros. En particular, la prueba en esta investigación permitirá conocer el grado de adquisición del nivel o niveles de razonamiento geométrico que los estudiantes alcancen.

Asimismo, el instrumento usado fue una prueba abierta, la cual fue adaptada del modelo de test para evaluar los niveles de van Hiele propuesta por Gutiérrez y Jaime (1994). De acuerdo con estos autores, para medir el nivel de razonamiento geométrico hay que tener presente los niveles de Van Hiele, de manera que en la prueba abierta se propongan actividades o preguntas que den la oportunidad a los estudiantes de explicar y argumentar las razones de sus respuestas matemáticas.

■ Resultados

A partir de la aplicación de la prueba o test encontramos que el vocabulario geométrico que presentan los alumnos va desde el uso de palabras coloquiales hasta el uso de palabras matemáticas establecidas por convención. En su mayoría los estudiantes que participaron de la investigación tienen un vocabulario geométrico apropiado y manejan criterios correctos para clasificar los triángulos y cuadriláteros. También se observó que la mayoría de los argumentos que emplean para justificar sus respuestas están relacionados a propiedades elementales de los triángulos y cuadriláteros. De igual manera, encontramos que algunos argumentos se apoyan en la percepción global o características físicas relacionadas a los triángulos y cuadriláteros.

Tabla 6. Grado de adquisición de los Niveles de Van Hiele por estudiante.

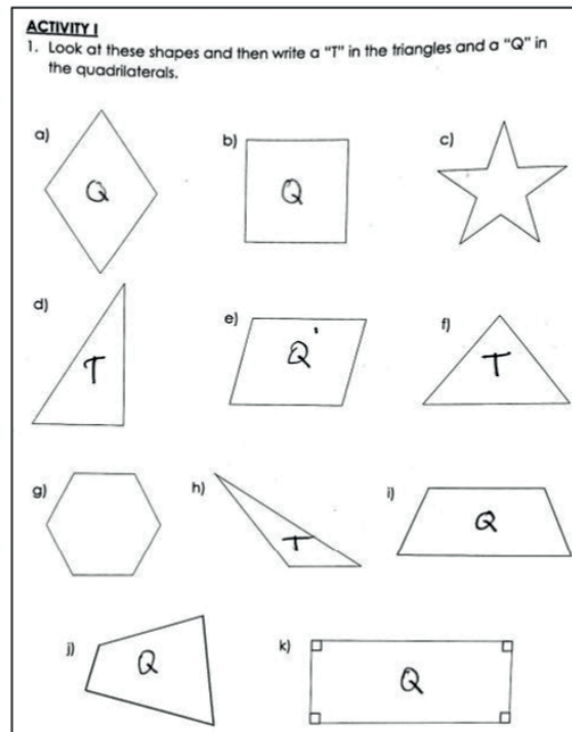
Ejercicio	OS			LH		
	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
I.1	100	-	-	100	-	-
I.2	100	80	-	100	80	-
II.1	80	-	-	75	-	-
II.2	-	75	-	-	75	-
II.3	-	75	-	-	75	-
III.1	-	50	-	-	75	-
IV.1	-	100	75	-	100	25
IV.2	-	-	25	-	-	25
Grado	93%	76%	50%	92%	81%	25%
	Completa	Alta	Media	Completa	Alta	Baja

Ejercicio	CM			JO		
	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
I.1	100	-	-	100	-	-
I.2	100	80	-	100	75	-
II.1	80	-	-	80	-	-
II.2	-	80	-	-	75	-
II.3	-	80	-	-	75	-
III.1	-	80	-	-	75	-
IV.1	-	100	75	-	100	25
IV.2	-	-	75	-	-	80
Grado	93%	84%	75%	93%		52%
	Completa	Alta	Alta	Completa	Alta	Media

Fuente: Tomado y adaptado de Jaime (1993)

Respecto al nivel 1, se aprecia en la tabla 6 que todos los estudiantes presentaron un grado de adquisición completo, mostrando así dominio de su percepción global para identificar y caracterizar triángulos y cuadriláteros, empleando definiciones para estas figuras que parten de sus atributos generales. De acuerdo a Gutiérrez y Jaime (1994), las respuestas de estos alumnos demuestran manejo de percepción global de los triángulos y cuadriláteros en base a sus características físicas. A continuación, en la figura 1 se aprecia un ejemplo de adquisición completo del nivel 1.

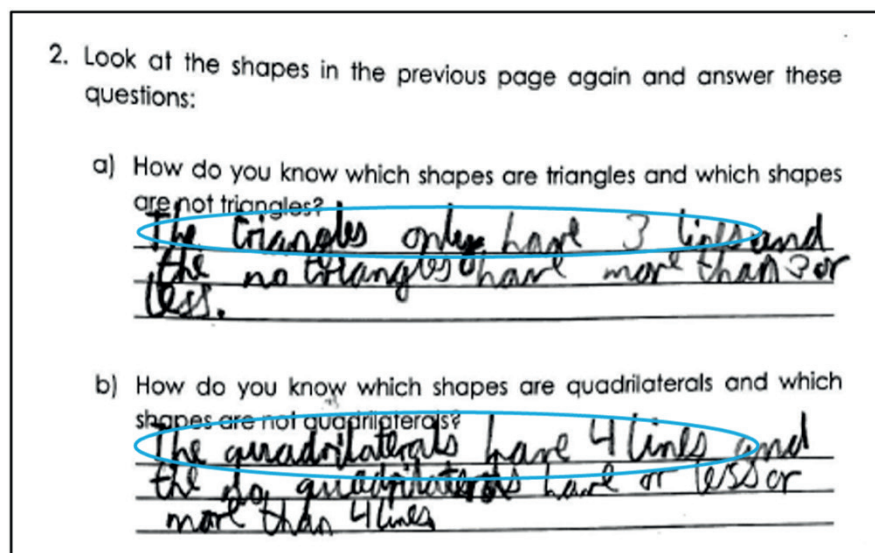
Figura 1. Ejercicio resuelto por estudiante.



Fuente: Tomado de Rodríguez (2019).

Se observa en la tabla 6 que los estudiantes alcanzaron un grado de adquisición alto respecto al nivel 2. Este grado de adquisición significa que los estudiantes son capaces de identificar los triángulos y cuadriláteros en base a algunas propiedades matemáticas, de igual manera, emplean dichas propiedades con cierto grado de dificultad al definir los triángulos y cuadriláteros (Gutiérrez y Jaime, 1994). La figura 2 muestra un ejemplo de grado de adquisición alto respecto al nivel 2.

Figura 2. Ejercicio resuelto por estudiante.



Fuente: Tomado de Rodríguez (2019).

Por último, respecto al nivel 3, se aprecia en la tabla 6 que los niños alcanzan distintos grados de adquisición, entre un grado bajo, medio y alto. Se observa que el estudiante que alcanza un grado de adquisición “bajo” apoya sus justificaciones en percepciones globales sobre los triángulos y cuadriláteros. Quienes alcanzan un grado “medio” del nivel 3 emplean algunas propiedades elementales relacionadas a los triángulos y cuadriláteros para justificar sus respuestas. Se observa como en muchas de sus respuestas estas propiedades son memorizadas pues pese a que son correctas las emplean erróneamente. El único estudiante que alcanzó un grado de adquisición alto en relación al nivel 3 mostró en su mayoría un uso correcto de las propiedades de los triángulos y cuadriláteros para sus justificaciones. En la figura 3 se puede observar lo mencionado anteriormente.

Figura 3. Ejercicio resuelto por estudiante.

Sentence	T/F	Justification
a) The sum of all angles in a triangle is 90°.	F	Every side is 60°.
b) Equilateral triangles have two angles that are the same.	F	No because it has all the sides the same and it doesn't have 2 sides, it has 3 sides.
c) All squares are rectangles.	F	No because rectangles doesn't have all the sides equal.
d) All rhombuses are squares	F	No because rhombuses have acute and obtuse angles.
e) All equilateral triangles are isosceles triangle	F	No because Isosceles doesn't have all the sides equal.
f) All parallelograms are trapeziums.	F	No because it is not same shaped.

No, cada lado (ángulo) es 60°.

No porque tienen todos los ángulos iguales.

No porque los rectángulos no tienen todos los lados iguales.

No porque los rombos tienen ángulos agudos y obtusos.

No porque los triángulos isósceles no tienen todos los lados iguales.

No porque no son la misma figura.

Fuente: Tomado de Rodríguez (2019).

■ Conclusiones

En primer lugar, se observaron las propiedades de los niveles de Van Hiele, sobre todo, se aprecia como la continuidad de los niveles permite a los niños poseer distintos grados de adquisición, y cómo el lenguaje geométrico varía de niño a niño, desde usar un vocabulario cotidiano a usar un vocabulario más especializado.

En segundo lugar, a partir de los resultados de la presente investigación, se concluye también que es importante para los docentes conocer los grados de adquisición de los niveles de razonamiento geométrico o niveles de Van Hiele. De tal manera que pueda enfatizar en posibles errores, dificultades o asegurar la comprensión de propiedades relacionadas, por ejemplo, a los polígonos.

Por último, en el presente estudio se aprecia la diversidad y complejidad del razonamiento geométrico en cada estudiante, quienes pese a pertenecer al mismo grado y compartir ciertas características, desarrollan habilidades de razonamiento geométrico en distintos grados de acuerdo con los niveles de Van Hiele.

■ Referencias bibliográficas

Arias, F. (2012). *El proyecto de Investigación. Introducción a la metodología científica*. Editorial Episteme, C.A. <https://abacoenred.com/wp-content/uploads/2019/02/El-proyecto-de-investigacion-C3%B3n-F.G.-Arias-2012-pdf-1.pdf>

Aravena, M., Gutiérrez, A. y Jaime, A. (2016). Estudio de los niveles de razonamiento de Van Hiele en alumnos de

- centros de enseñanza vulnerables de educación media en Chile. *Educación de las Ciencias*, 34(1), 107-128.
<http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/306639/396634>
- Corberán, R., Gutiérrez, A., Huerta, M., Margarit, J., Pascual, A., Pastor A. y Ruiz, E. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el Modelo de razonamiento de Van Hiele*. Ministerio de Educación y Ciencias.
<https://redined.educacion.gob.es/xmlui/handle/11162/62241>
- De Villiers, M. (2012). Some Reflections on the Van Hiele theory. *National Mathematics Congress*. Conferencia llevada a cabo en Swakopmund, Namibia.
https://www.researchgate.net/publication/264495589_Some_Reflections_on_the_Van_Hiele_theory
- Hernández, S., Fernández, C. y Baptista, L. (2010). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill.
<https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf>
- Fortuny, J., Gutiérrez, A. y Jaime, A. y (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the van hiele levels. *Journal for research in Mathematics Education*, 22(3), 237-251.
<https://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/GutJaiFor91.pdf>
- Gamboa, R. y Vargas, G. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, 27(1), 74-94. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4945319>
- Guillén, G. (2004). El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos: describir, clasificar, definir y demostrar como componentes de la actividad matemática. *Educación Matemática*, 16(3), 103-125.
<http://www.redalyc.org/html/405/40516306/>
- Gutiérrez, Á., y A. Jaime (1991). El modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la geometría. Un ejemplo: Los giros. *Educación Matemática*, 3(2), 49-65.
<http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol3/vol3-2/vol3-2-5.pdf>
- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1994). A model of test design to assess the Van Hiele levels. *Proceeding of the 18 th PME conference, Lisboa, (2)*, 41-48.
https://www.researchgate.net/publication/237561733_A_model_of_test_design_to_assess_the_Van_Hiele_levels
- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1996). *El Grupo de las Isometrías del Plano*. Editorial Síntesis.
- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de van hiele: la enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento*. [Tesis Doctoral, Universidad de Valencia].
<https://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/Jai93.pdf>
- Suárez, M. (2017). Módulo 4: Desarrollo de la Investigación. *Seminario de Tesis 2. Estudios empíricos*. Lima: Maestría en Integración e Innovación Educativa de las TIC.
- Uribe, S.; Cárdenas, O. y Becerra Martínez, J. (2014). Teselaciones para niños: una estrategia para el desarrollo del pensamiento geométrico y espacial de los niños. *Educación Matemática*, 26(2), 135-160.
<http://somidem.com.mx/descargas/Vol26-2-5.pdf>