Clame Acta Latinoamericana de Matemática Educativa
SECCIÓN 2 / PROPUESTAS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS
VOL 36, NÚMERO 2, AÑO 2024

DESARROLLO DEL SENTIDO NUMÉRICO AL EMPLEAR LA NOTACIÓN CIENTÍFICA

DEVELOPING NUMBER SENSE WHEN USING THE SCIENTIFIC NOTATION

María del Pilar Beltrán Soria, René Gerardo Rodríguez Avendaño
Instituto de Educación Media Superior. (México)
pilar.beltran@iems.edu.mx, rene.rodriguez@iems.edu.mx

Resumen:
En este trabajo, discutimos el desarrollo del Sentido Numérico en el tratamiento de problemas relacionados con la ciencia, en particular en la determinación de la carga eléctrica del electrón, mediante el análisis de las tareas que los estudiantes del nivel medio superior realizaron. El propósito es brindar una experiencia que permita a los estudiantes trabajar los conceptos de lo discreto en un problema espejo en la determinación de la carga eléctrica del electrón para a través de la relación situación-modelación puedan incorporar los usos y funcionamientos de la notación científica en el experimento de la gota de aceite y al mismo tiempo adquirir competencias numéricas útiles para la vida.

Palabras clave: argumentación, ciencia, electrón, medible, Millikan

Abstract:
In this work, we discuss the development of Number Sense in the treatment of problems related to science, in particular, when determining the electric charge of the electron, through the analysis of the tasks that high school students performed. It aims to provide an experience that allows students to work on the concepts of discreteness by working on a mirror problem in determining the electric charge of the electron, so that, through the situation-modeling relationship, they can incorporate the uses and functions of scientific notation in the oil drop experiment and at the same time, they can acquire useful numerical skills for life.

Keywords: line of argument, science, electron, measurable, Millikan

:

Introducción

El estudio de las ciencias experimentales (física, química, biología, entre otras) y las matemáticas ha jugado un papel muy importante para la interpretación de fenómenos naturales y sociales. En dicha interpretación, es necesario trabajar con números muy grandes o pequeños, lo que tiene una serie de inconvenientes. Es decir, se tiene la problemática de operar con un gran número de dígitos, manejar escalas, el orden y la magnitud. En 1913, Robert Andrews Millikan consiguió demostrar la cuantificación de la carga eléctrica perfeccionando un complejo montaje experimental, conocido actualmente como el método de la gota de aceite. El valor de la carga eléctrica del electrón es muy pequeño, y para su representación es necesario que los estudiantes del nivel medio superior hagan uso de la notación científica.

En este trabajo se presenta una situación de aprendizaje en la cual se analizó la experiencia que tuvieron los estudiantes de preparatoria con el experimento de la gota de aceite de Millikan para la determinación de la carga eléctrica del electrón, que puede proporcionar una manera completamente diferente de entender el concepto de lo discreto y lo numérico. La premisa es que los estudiantes logren adquirir habilidades genéricas con el uso del número, que muestren el desarrollo de competencias científicas, como es el caso de la fluidez y flexibilidad. Con lo cual, se puede establecer que las competencias científicas pueden evidenciarse a partir del desarrollo del Sentido Numérico (McIntosh, Reys, & Reys, 1992).

El "Sentido Numérico" puede describirse como una sensación "no algorítmica" para los números, una comprensión sólida de su naturaleza y el análisis de la naturaleza de las operaciones, así como la necesidad de examinar la razonabilidad de los resultados. Adicionalmente, se busca que los estudiantes adquieran un saber significativo al trabajar con la notación científica, utilizando como herramienta tecnológica la familia de calculadoras TI-83 Plus y TI-84-Plus Silver Edition y a la vez identificar los elementos del experimento de Millikan y sus características, para hacer exploraciones, manipular objetos y dar sentido al uso de la tecnología en el aprendizaje de la matemática.

Andrews & Sayers (2015), han identificado tres categorías para el Sentido Numérico: el Sentido Numérico Preverbal (SNP), el Sentido Numérico Aplicado (SNA) y el Sentido Numérico Fundamental (SNF). El SNP se refiere a esas ideas numéricas innatas para todos los seres humanos. El segundo, el SNA, se refiere a aquellas competencias relacionadas con el número que hacen que las matemáticas sean sensatas para todos los estudiantes y los prepara para un mundo adulto. Por último, el SNF comprende aquellos entendimientos que requieren instrucción y suelen surgir en primaria y secundaria. Según Back, Sayers & Andrews (2013), el SNA se basa en el SNF y se refiere a la comprensión relacionada con los números, y es el que se requiere que posean todos los adultos independientemente de su ocupación (McIntosh et al. 1992).

Marco teórico

El marco teórico de esta investigación es la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. En particular, la categoría de modelación escolar permite generar el diseño de situaciones de aprendizaje, tal categoría fue formulada por Méndez (2013). La categoría de modelación socioepistemológica como lo mencionan Cordero et al. (2022a) provoca reflexiones sobre qué y cómo se ha venido enseñando la matemática, además propone acercar la matemática a la realidad del que aprende, para lo cual se debe conocer el uso del conocimiento matemático de las comunidades en diferentes escenarios como la escuela o la vida en general. En otras palabras, rompe la centración del objeto matemático y revela su emergencia de la gente.

Las tesis con respecto a la categoría de modelación están basadas en la Socioepistemología que tiene como constructo medular la práctica social que según Cordero (2016) valora al sujeto olvidado, en otras palabras, revela los usos del conocimiento matemático y sus resignificaciones en las comunidades de conocimiento matemático de la gente. Para lograr estas resignificaciones como lo afirman Cordero et al (2022b) es importante considerar que la matemática es transversal a la ciencia y en cada especialidad adquiere sentido y significado propios del uso que tiene en los diferentes contextos.

Los estudios desde la postura teórico-epistemológica modelan la construcción social del conocimiento matemático en conjunto con su difusión institucional, es decir, modela las dinámicas del conocimiento en uso. En este sentido como lo mencionan Suárez (2014) y Arrieta (2003) la modelación es concebida como una construcción del conocimiento en sí que se realiza al enfrentar una situación en la que se pone en juego los conocimientos de quien modela. También como lo afirman Cordero y Flores (2007) el uso de la función orgánica se manifiesta por las tareas que compone la situación y la forma de uso será la clase de esas tareas que pueden incluir actividades, acciones, ejecuciones o alternancias de dominios. En la alternancia de tareas se genera una nueva función orgánica o funcionamiento que debate con las formas de los usos, a lo que se denomina resignificación. Por lo tanto, el entender el funcionamiento y forma de uso del número, así como el debate entre estos dos aspectos, proporciona una manera de caracterizar los usos del número. De acuerdo con Beltrán (2022) existe una correlación entre el desarrollo del Sentido Numérico y los usos del número que los estudiantes de matemáticas manifiestan. Por lo que el binomio desarrollo del Sentido Numérico-usos del número evoluciona y es posible conceptualizarlo, desarrollarlo y evidenciarlo.

Metodología

La actividad de aprendizaje se diseñó de acuerdo con lo que establecen Suárez y Cordero (2008), con respecto a los elementos que caracterizan los diseños de situación, con lo cual, la trayectoria de construcción es:

1. El planteamiento de una primera situación.
2. La descripción de esta primera situación a partir de diferentes representaciones del número (visual, tabular, simbólica y aritmética).
3. Su análisis a partir de una primera simulación llevada a cabo en el laboratorio de ciencias.
4. Su descripción a partir de diferentes representaciones del número (visual, tabular, simbólica y aritmética).
5. El planteamiento de una segunda situación.
6. La descripción de esta segunda situación a partir de diferentes representaciones del número.
7. Su análisis a partir de una segunda simulación con ayuda de la familia de calculadoras Texas Instruments TI-83 Plus y TI-84-Plus Silver Edition.
8. Regreso a la situación del punto de partida, constituyendo un ciclo.

En el ciclo situación-modelación-simulación-situación, los estudiantes trabajan la idea de mensurabilidad e inconmensurabilidad, que se introduce bajo el paradigma de la problemática de la determinación de magnitudes muy grandes o pequeñas, como la carga del electrón. Se elige realizar una simulación del experimento en una aplicación que se encuentra integrada en la familia de calculadoras TI-83 Plus y Ti-84 Plus Silver Edition, en donde se ponga de manifiesto la importancia y la utilidad del empleo de recursos tecnológicos para la enseñanza y el aprendizaje. La importancia de retomar el experimento histórico de Millikan radica en la oportunidad de trabajar magnitudes y cantidades en notación científica (base 10), en donde el estudiante tendrá que realizar la diferencia entre la notación de la calculadora y la notación científica y, sobre todo, dar la interpretación de la magnitud en cuestión. A continuación, se describe la actividad de aprendizaje.

S1. La situación

En el libro de texto de Garritz y Chamizo (2001) se presenta un problema que puede ayudar a comprender el experimento de Millikan para determinar la carga del electrón, en donde cada gota de aceite quedaba cargada con uno, dos o más electrones, de tal manera que las determinaciones de Millikan para cada gota siempre se referían a una carga equivalente a un número entero de veces la carga electrónica. ¿Cómo crees que haya obtenido la carga de un solo electrón? De lo anterior, se propone a los estudiantes una modificación al problema planteado por Garritz y Chamizo (2001), al considerar que se tienen seis bolsas o sacos, cada uno con un número indeterminado de canicas, cuyas masas o pesos son:

$b_1 \rightarrow m_{b_1} = 8.0\ x\ 10^0\ g; obtenida\ tres\ veces$
$b_2 \rightarrow m_{b_2} = 1.4x10^1\ g; obtenida\ tres\ veces$
$b_3 \rightarrow m_{b_3} = 1.8x10^1\ g; obtenida\ dos\ veces$
$b_4 \rightarrow m_{b_4} = 2.0x10^1\ g; obtenida\ dos\ veces$
$b_5 \rightarrow m_{b_5} = 2.6x10^1\ g; obtenida\ una\ vez$
$b_6 \rightarrow m_{b_6} = 4.0x10^1\ g; obtenida\ una\ vez$

Y se les pregunta a los estudiantes ¿Cuál es la masa o peso más probable de una canica?

S2. La simulación

Se les solicita a los estudiantes que realicen una simulación de manera tal que, partiendo de la situación S1, los estudiantes en el laboratorio de ciencias determinen el peso de seis sacos cada uno con un número indeterminado de canicas.

S3. La situación

Se les propone a los estudiantes determinar la carga eléctrica del electrón a partir de los datos expuestos en el manual de Blanchard. Los estudiantes manipulan el potencial eléctrico en la calculadora y siguen la propuesta hecha por Blanchard (1958) de encontrar maneras alternas de entender al experimento clásico de la gota de aceite de Millikan, para lo cual, emplean la familia de calculadoras TI-83 Plus y TI-84-Plus.

S4. La simulación

Extrapolar el procedimiento al problema de la determinación de la carga del electrón con los datos obtenidos por medio del experimento de Millikan. Los datos son obtenidos a partir del programa "Millikan" en la calculadora Texas Instruments TI-84.

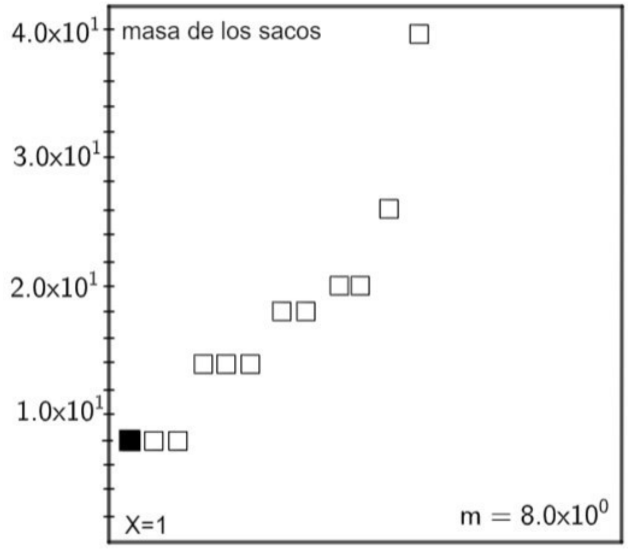
a) Obtén la carga del electrón.
b) Calcula la masa del electrón.
c) Compara en una misma escala las masas que se obtuvieron para las canicas y la masa del electrón.

Resultados

De la situación S1.

Como puede observarse en la Figura 1, los estudiantes utilizan una escala lineal para la representación visual de la masa de cada uno de los sacos, que contienen un número indeterminado de canicas, y del número de veces que se obtienen dichos valores. En este caso, es válido emplear dicha escala, pues los valores a representar tienen los mismos órdenes de magnitud o similares. En caso contrario, se debe recurrir a una escala de potencias de base 10.

Figura 1. *Representación visual de la masa de cada uno de los sacos de canicas y el número de veces que parecen.*



Fuente: elaboración propia.

En este primer momento, de realización individual, se espera que la percepción visual domine el trabajo realizado por los estudiantes, y sus producciones estén ligadas a representaciones del número en el SNF, del tipo icónico y figural. Por lo que las representaciones visuales que aparecen quedan supeditadas a las características físicas de los objetos a representar. Así mismo, se prevé la aparición de formas del uso del número relacionadas a lo concreto, específicamente la cantidad, con unos tipos específicos de funcionamientos como contar, medir, clasificar y ordenar. Las representaciones visuales referidas a dos dimensiones (el plano cartesiano) les son familiares a los estudiantes, ya que están supeditadas al desarrollo del SNF que desarrollaron en primaria y secundaria.

Los estudiantes utilizan una representación tabular para estudiar la variación a partir de la noción de incremento, el cual determina el cambio o variación de una magnitud (en este caso la masa) y se calcula a partir de la diferencia entre los valores de ésta. Este incremento se denota por Δm (ver Tabla 1).

Tabla 1. *Cambio o variación de la masa.*

Saco	Masa (g)	Δm (g)
1	$m_1 = 8.0x10^0$	
2	$m_2 = 1.4x10^1$	$m_2 - m_1 = 6.0x10^0$
3	$m_3 = 1.8x10^1$	$m_3 - m_2 = 4.0x10^0$
4	$m_4 = 2.0x10^1$	$m_4 - m_3 = 2.0x10^0$
5	$m_5 = 2.6x10^1$	$m_5 - m_4 = 6.0x10^0$
6	$m_6 = 4.0x10^1$	$m_6 - m_5 = 1.4x10^1$

Fuente: elaboración propia.

Los estudiantes utilizan una representación simbólica analítica al calcular el incremento: $\Delta m = m_2 - m_1$.

Los estudiantes utilizan una representación aritmética, al identificar que los números proporcionados en notación científica son enteros y, por lo tanto, se puede calcular el máximo común divisor, que en este caso corresponde a una masa de 2 gramos y con este dato se determina el número de canicas que hay en cada saco.

Figura 2. *Representación aritmética en el cálculo del máximo común divisor.*

	8	**14**	**18**	**20**	**26**	**40**
	1	1	1	1	1	1
	2	2	2	2	2	2
	4	7	3	4	13	4
	8	14	6	5	26	5
			9	10		8
			18	20		10
						20
						40
Número de canicas	**4**	**7**	**9**	**10**	**13**	**20**

Fuente: elaboración propia.

De acuerdo con los cálculos obtenidos a través del incremento y el máximo común divisor, el valor probable de la masa de una canica es de $2.0x10^0$g o bien, una masa que está entre 1.5g y 2.5g.

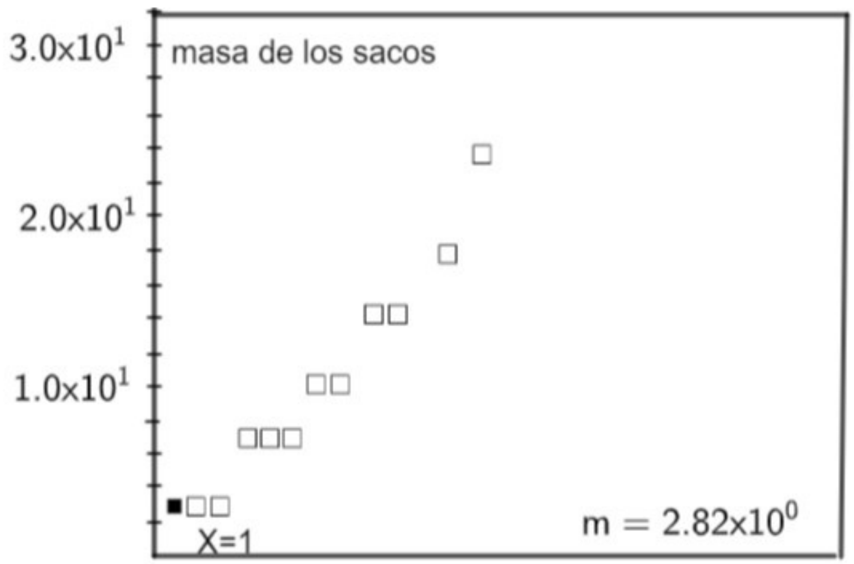
De la simulación S2.

Los pesos de las seis bolsas o sacos obtenidos por los estudiantes en el laboratorio son:

$b_I \rightarrow m_{b_I} = 2.82\ x\ 10^0\ g; obtenida\ tres\ veces$
$b_{II} \rightarrow m_{b_{II}} = 6.58x10^1\ g; obtenida\ tres\ veces$
$b_{III} \rightarrow m_{b_{III}} = 1.034x10^1\ g; obtenida\ dos\ veces$
$b_{IV} \rightarrow m_{b_{IV}} = 1.41x10^1\ g; obtenida\ dos\ veces$
$b_V \rightarrow m_{b_V} = 1.78x10^1\ g; obtenida\ una\ vez$
$b_{VI} \rightarrow m_{b_{VI}} = 2.35x10^1\ g; obtenida\ una\ vez$

En la Figura 3 se muestra cómo los estudiantes utilizan una escala lineal para realizar la representación gráfica de la masa de cada uno de los sacos medidos de manera experimental en el laboratorio.

Figura 3. *Representación visual de la masa de cada uno de los sacos medidos de manera experimental.*



Fuente: elaboración propia.

Los estudiantes utilizan una representación tabular para simular la masa de una canica, al proponer el número de canicas en cada uno de los sacos como una extensión de la noción de máximo común divisor derivado de la situación S1 (ver Tabla 2). Se llevan a cabo convenios entre estudiantes y profesor, se establecen acuerdos y rutas a seguir en busca de la masa de cada uno de los sacos medidos de manera experimental. Los estudiantes se ven en la necesidad de convenir en el tipo de notación que van a emplear, si se deciden por una notación científica o bien continúan con la medición de las masas a través de una representación entera del número.

Para el desarrollo del Sentido Numérico es fundamental que se lleven a cabo procesos de discusión y validación. El uso de la notación científica y el desarrollo del Sentido Numérico se desarrollan a la par como un binomio, esto se puede notar en la descripción de cada una de las masas de las canicas medida en gramos, empleando al mismo tiempo números decimales y números en notación científica.

El trabajo realizado por los estudiantes, en la representación visual de la masa de cada uno de los sacos en la simulación S2, provoca la aparición de consensos de equivalencia entre notaciones de un mismo número, que les serán funcionales al momento de realizar sus cálculos. De acuerdo con Beltrán (2022) este debate entre forma y funcionamiento es muy importante, porque propicia en los estudiantes un planteamiento activo del cuestionamiento del concepto de representación de un número, en su representación decimal o en su representación en notación científica. Además, de una construcción crítica de sus conocimientos acerca de la noción de número. La idea principal es que, para la construcción del concepto de notación científica, o para la superación de una dificultad con su uso, los estudiantes hagan frente de manera cooperativa al aportar e intercambiar sus conocimientos individuales y generar otros nuevos.

Tabla 2. *Simulación en Excel de la masa de una canica al proponer el número de canicas en cada saco.*

# canicas	8	14	18	20	26	40
1	8	14	18	20	26	40
2	4	7	9	10	13	20
3	2.66666667	4.66666667	6	6.66666667	8.66666667	13.3333333
4	2	3.5	4.5	5	6.5	10
5	1.6	2.8	3.6	4	5.2	8
6	1.33333333	2.33333333	3	3.33333333	4.33333333	6.66666667
7	1.14285714	2	2.57142857	2.85714286	3.71428571	5.71428571
8	1	1.75	2.25	2.5	3.25	5
9	0.88888889	1.55555556	2	2.22222222	2.88888889	4.44444444
10	0.8	1.4	1.8	2	2.6	4
11	0.72727273	1.27272727	1.63636364	1.81818182	2.36363636	3.63636364
12	0.66666667	1.16666667	1.5	1.66666667	2.16666667	3.33333333
13	0.61538462	1.07692308	1.38461538	1.53846154	2	3.07692308
14	0.57142857	1	1.28571429	1.42857143	1.85714286	2.85714286
15	0.53333333	0.93333333	1.2	1.33333333	1.73333333	2.66666667
16	0.5	0.875	1.125	1.25	1.625	2.5
17	0.47058824	0.82352941	1.05882353	1.17647059	1.52941176	2.35294118
18	0.44444444	0.77777778	1	1.11111111	1.44444444	2.22222222
19	0.42105263	0.73684211	0.94736842	1.05263158	1.36842105	2.10526316
20	0.4	0.7	0.9	1	1.3	2
21	0.38095238	0.66666667	0.85714286	0.95238095	1.23809524	1.9047619
22	0.36363636	0.63636364	0.81818182	0.90909091	1.18181818	1.81818182
23	0.34782609	0.60869565	0.7826087	0.86956522	1.13043478	1.73913043
24	0.33333333	0.58333333	0.75	0.83333333	1.08333333	1.66666667
25	0.32	0.56	0.72	0.8	1.04	1.6
26	0.30769231	0.53846154	0.69230769	0.76923077	1	1.53846154
27	0.2962963	0.51851852	0.66666667	0.74074074	0.96296296	1.48148148
28	0.28571429	0.5	0.64285714	0.71428571	0.92857143	1.42857143
29	0.27586207	0.48275862	0.62068966	0.68965517	0.89655172	1.37931034
30	0.26666667	0.46666667	0.6	0.66666667	0.86666667	1.33333333

Fuente: elaboración propia.

Con lo cual, para una masa de cada canica igual a 0.94 g (valor que se presenta en cada una de las bolsas o sacos) se concluye que:

En la bolsa o saco b_I se tendrían 3 canicas.
En la bolsa o saco b_{II} se tendrían 7 canicas.
En la bolsa o saco b_{III} se tendrían 11 canicas.
En la bolsa o saco b_{IV} se tendrían 15 canicas.
En la bolsa o saco b_V se tendrían 19 canicas.
En la bolsa o saco b_{VI} se tendrían 25 canicas.

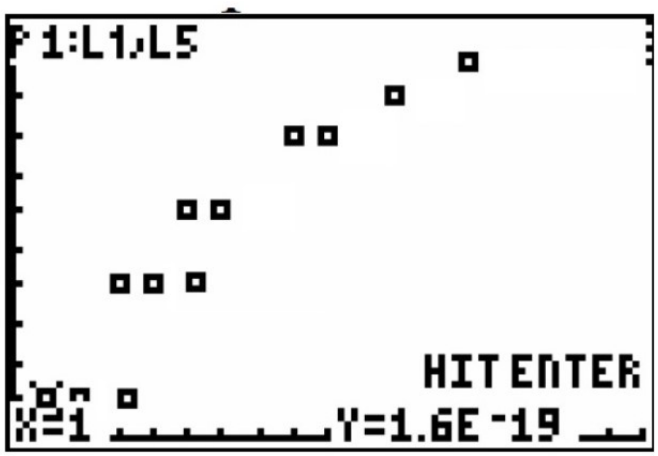
Total, de canicas que se necesitarían: 3+7+11+15+19+25= 80.

Los estudiantes utilizan una representación tabular para estudiar la variación a partir del incremento de la masa de una canica que se calcula a partir de la diferencia entre los valores de ésta. Se encuentra a través de la simulación que $\Delta m = 3.76$g, será la primera masa propuesta. Sin embargo, no es una masa válida, pues el primer saco tiene una masa menor. De acuerdo con los cálculos obtenidos a través de la simulación, el valor probable de la canica es de $9.4\ x\ 10^{1}$ g o bien, entre 0.935 g y 0.945 g.

De la situación S3.

En la Figura 4 se presenta la determinación de la carga eléctrica del electrón de la gota de aceite de Millikan a través de una representación gráfica. Los estudiantes asocian esta representación al valor de la medición de la carga del electrón y al número de veces que ocurre tal medición. Obtienen el incremento de la carga del electrón $\Delta e = q_{n+1} - q_n$ y verifican la cuantización de la carga: q=ne, con n entero, donde $e = 1.6x10^{-19} Columbios$.

Figura 4. *Representación visual de datos de carga eléctrica del electrón del experimento de la gota de aceite de Millikan.*



Fuente: elaboración propia.

De la simulación S3.

A partir del valor de la carga del electrón $e = 1.6x10^{-19}\ C$, los estudiantes pueden determinar la masa del electrón, a partir del cociente carga/masa propuesta por Thomson:

$$relación = \frac{carga\ del\ electrón}{masa\ del\ electrón} = 1.759x10^{11}\frac{C}{kg}$$

De la cual

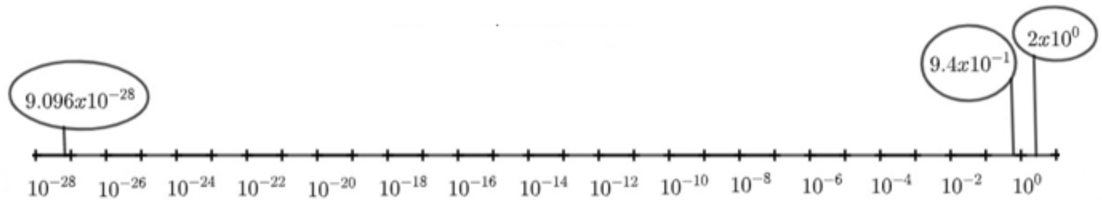
$$masa\ del\ electrón = \frac{carga\ del\ electrón}{1.759x10^{11}\frac{C}{kg}} = \frac{1.6x10^{-19}C}{1.759x10^{11}\frac{C}{kg}} = 9.096x10^{-31}kg$$

De donde se puede calcular la masa del electrón en gramos.

$$masa\ del\ electrón = 9.036x10^{-31}kg * \left(\frac{1x10^{3}g}{1kg}\right) = 9.096x10^{28}g$$

En la Figura 5 se muestra que, para poder comparar en una misma escala las masas de las canicas y la masa del electrón, los estudiantes realizan una representación gráfica en una escala no lineal (en particular, la de potencias de 10).

Figura 5. *Escala no lineal para la comparación de las masas de las canicas y la masa del electrón.*



Fuente: elaboración propia.

Al usar la notación científica, los estudiantes utilizan los órdenes de magnitud para representar las masas de las canicas ($10^0 y\ 10^{-1}$) y del electrón (10^{-28}). En este caso, se puede apreciar que los valores abarcan un amplio rango de órdenes de magnitud, lo cual justifica una escala de potencias de 10. Se espera que los estudiantes reconozcan las ventajas de interpretación de información que proporciona la escala no lineal, en comparación con la dificultad de una representación lineal en una misma imagen. Es decir, la escala no lineal se concibe como una forma de uso del número en su representación visual, cuyo funcionamiento es comparar en una misma imagen objetos de magnitudes de diferentes masas como las de las canicas o bien de los electrones.

La representación visual de datos que presentan magnitudes tan diferentes es, sin duda, uno de los mayores retos a los que se enfrentan los estudiantes en el nivel medio superior. La representación conjunta de números con órdenes de magnitud tan diferentes requiere, por parte de los estudiantes, ubicar tales magnitudes en una misma escala y a la vez requiere la comprensión del concepto de número en notación científica. Al emplear una escala no lineal, los estudiantes tendrán una percepción mucho más clara del orden de magnitud entre cantidades físicas y a su vez exploran otras maneras de representarlas mediante escalas logarítmicas. Por lo tanto, la funcionalidad de las escalas no lineales (logarítmicas) será comunicar tipos de relación y variación del número de una manera más eficiente.

Conclusiones

A partir del trabajo realizado por los estudiantes en los diferentes momentos de la situación de aprendizaje, se da evidencia del desarrollo del Sentido Numérico y del uso del número, al establecerse una relación entre las diferentes representaciones tabulares y visuales, tanto lineales como no lineales, y los usos del número a través de las formas y sus funcionamientos.

El uso de la notación científica en ámbitos académicos que involucran a las ciencias experimentales y las matemáticas permite a los estudiantes realizar diferentes representaciones del número a partir de la medición de masas de diferentes órdenes de magnitud.

Es importante también señalar la conveniencia de utilizar la historia de la ciencia como un instrumento en la enseñanza de asignaturas como matemáticas, física o química, quedando como una propuesta factible y concreta para desarrollar el pensamiento crítico, científico y humanista en el nivel medio superior. El experimento de la determinación de la gota de aceite de Millikan constituye uno de los experimentos más bellos en la historia de la física y puede brindar una oportunidad de trabajar de manera interdisciplinaria en el bachillerato.

Referencias bibliográficas

Andrews, P., & Sayers, J. (2015). Identifying opportunities for grade one children to acquire foundational number sense: Developing a framework for cross cultural classroom *Analyses. Early Childhood Education Journal, 43*(4), 257–267.

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula* [Disertación doctoral no publicada]. Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN. México.

Back, J., Sayers, J., & Andrews, P. (2013). The development of foundational number sense in England and Hungary: A case study comparison. In B. Ubuz, Ç. Haser, & M. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1835-1844). Charles University and ERME. http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG11/WG11_Andrews.pdf

Beltrán, M. P. (2022). *El desarrollo del sentido numérico en el uso de materiales reutilizables en el aula* [Tesis doctoral, CICATA-IPN]. https://www.cicata.ipn.mx/assets/files/cicata/ProME/docs/tesis/tesis_doctorado/2022/beltran_2022.pdf

Blanchard, D. (1958). Electrically charged drops from bubbles in sea water and their meteorological significance. *Journal of Meteorology, 15*(4), 383-396. https://journals.ametsoc.org/view/journals/atsc/15/4/1520-0469_1958_015_0383_ecdfbi_2_0_co_2.xml

Cordero, F. (2016). La función social del docente de matemáticas pluralidad, transversalidad y reciprocidad. En S. Estrella, M. Goizueta, C. Guerrero, A. Mena-Lorca, E. Montoya, A. Morales, A. Parraguez, E. Ramos, P. Vásquez y D. Zakaryan, (Eds.), *XX Actas de las Jornadas Nacionales de Educación Matemática* (pp. 23-30). SOCHIEM, Instituto de Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. http://funes.uniandes.edu.co/15005/1/Cordero2016La.pdf

Cordero, F., Carranza, P., Rosa, M., & Orey, D. (2022a). *La modelación en la vida de la gente: Un programa alternativo para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. gedisa.

Cordero, F. Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 10*(1), 7-38.

Cordero, F., Solís, M., & Opazo, C. (2022b). *La matemática en la ingeniería: Modelación y transversalidad de saberes Situaciones de aprendizaje*. gedisa.

Garritz, A. y Chamizo, J. A. (2001). *Tú y la Química*, Pearson Educación México.

McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics, 12*(3), 2–8.

Méndez, M. (2013). *Desarrollo de red de usos del conocimiento matemático: la modelación para la matemática escolar* [Disertación doctoral no publicada]. Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN. México.

Suárez, L. (2008). *Modelación-Graficación una categoría para la matemática escolar. Resultado de un estudio socioepistemológico* [Disertación doctoral no publicada]. Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN. México.

Suárez, L. y Cordero, F. (2008). Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación en un ambiente tecnológico. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias, 3*(1), 51-58. http://www.scielo.org.ar/pdf/reiec/v3n1/v3n1a05.pdf