

DISEÑO DE UNA SITUACIÓN AUTÉNTICA PARA EL ESTUDIO DE LA SEMEJANZA EN ALUMNOS DE BACHILLERATO

DESIGN OF AN AUTHENTIC SITUATION FOR THE STUDY OF SIMILARITY IN HIGH SCHOOL STUDENTS

Sebastián Castañeda Martínez, Juan Carlos Macías Romero, Lidia Aurora Hernández Rebollar

Benemérita Universidad autónoma de Puebla. (México)

sebastian.castanedam@alumno.buap.mx, jcmacias24@gmail.com, lidia.hernandez@correo.buap.mx

Resumen:

Se presenta el diseño de una propuesta que tiene como propósito favorecer un acercamiento al desarrollo del pensamiento geométrico con base en la situación auténtica “la construcción de la casa de mis sueños”, mediante la resolución de tareas a través del concepto de semejanza, en estudiantes de Bachillerato del estado de Puebla. La propuesta está compuesta por tres hojas de trabajo, en las que se abordan los conceptos de semejanza, área y perímetro, a partir del reconocimiento de un terreno de la casa en la que viven y la realización de un plano y una maqueta.

Palabras clave: la casa de mis sueños, tareas auténticas, semejanza, área y perímetro, pensamiento geométrico

Abstract:

This paper presents the design of a proposal that is aimed at favoring an approach to the development of geometric thinking based on the authentic situation "constructing the house of my dreams", by solving tasks through the concept of similarity, in high school students in the state of Puebla. The proposal is composed of three worksheets, in which the concepts of similarity, area and perimeter are addressed, based on the recognition of a plot of land of the house in which they live and the design of a plane and a model.

Keywords: the house of my dreams, authentic tasks, similarity, area and perimeter, geometrical thinking

■ Introducción

Esta propuesta forma parte de una investigación que se está desarrollando y que tiene como propósito favorecer un acercamiento al desarrollo del pensamiento geométrico teniendo en cuenta la situación auténtica “la construcción de la casa de mis sueños”, mediante la resolución de tareas relacionadas con el concepto de semejanza. La situación auténtica está dirigida a estudiantes del Bachillerato General Estatal (BGE, 2018), del estado de Puebla. En este documento, se presenta el procedimiento que se siguió para el diseño de una propuesta de aula que integra aspectos didácticos desde la perspectiva de Palm (2006), curriculares desde el BGE y matemáticos respecto a los conceptos geométricos, del marco de referencia conceptual.

Báez e Iglesias (2007) mencionan que, a nivel de educación básica, la enseñanza de las matemáticas es compleja, especialmente la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. Estos autores sostienen, que se generan dificultades, porque en muchas ocasiones los docentes no poseen el contenido geométrico previsto en el plan de estudio o tienen una comprensión limitada de ellos, lo que genera la creencia de que el desarrollo de la geometría hace énfasis en usar fórmulas y calcular el área.

Por lo anterior, es que a pesar de las nuevas estrategias que apuntan al desarrollo significativo del pensamiento geométrico, en muchas ocasiones la enseñanza de la geometría se limita al reconocimiento de figuras y su representación en una hoja, lo que genera que los estudiantes no logren la comprensión de estos objetos abstractos y no le encuentren sentido en su contexto. Por esto, es necesario que se proporcionen ejemplos reales o en contexto que le permitan al estudiante el entendimiento de los conceptos. (Goncalves, 2007).

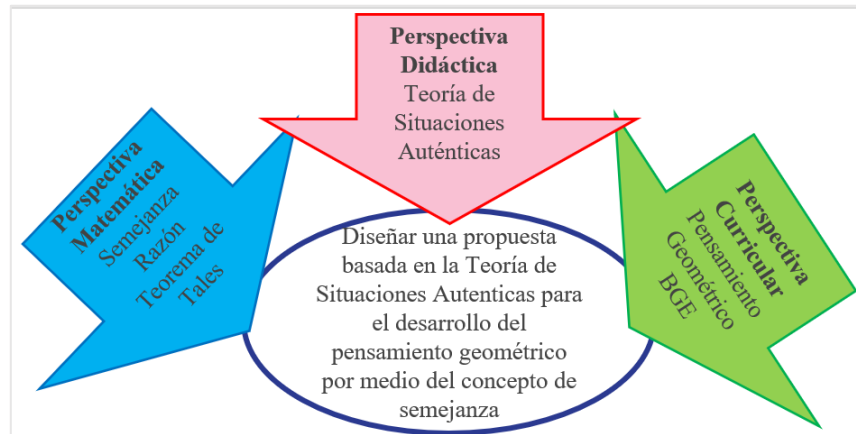
En consecuencia, se han desarrollado gran cantidad de investigaciones que buscan desarrollar diferentes métodos para que se produzca en los estudiantes un aprendizaje significativo en el desarrollo del pensamiento geométrico. Esta problemática ha sido de interés para los investigadores en los últimos años, y se sustenta por medio de los resultados obtenidos a través de diversas evaluaciones a nivel internacional, como lo son las pruebas PISA, que se enfocan en la capacidad que debe tener el individuo para resolver problemas en contexto con base en los procesos de formular, emplear e interpretar, tan importantes para el desarrollo de esta capacidad.

Por esto, se tuvo en cuenta la teoría de situaciones auténticas como una alternativa para la aproximación al concepto de semejanza, ya que podrían influenciar una iniciación a este concepto de una manera más flexible, puesto que, al analizar una situación desde el contexto real, se podrían identificar nuevas características en el desarrollo del pensamiento geométrico, y así permitirle al estudiante apropiarse de esos conocimientos. Esto promueve un cambio de visión, pues en la enseñanza de la geometría tradicional se puede perder significado debido a que sólo se estudian estructuras geométricas o simplemente se reemplazan formulas y se realizan ejercicios de forma mecánica, es decir, que en general el pensamiento geométrico se obtiene principalmente por la memorización de reglas y procedimientos, para cubrir la falta de comprensión.

■ Marco teórico

En esta sección se proponen las perspectivas didáctica, curricular y matemática para consolidar y fundamentar algunos referentes conceptuales que sustentan la problemática planteada y el diseño de la propuesta de aula. (Ver figura 1)

Figura 1. Diagrama de la articulación del marco Teórico.



Fuente: elaboración propia.

En la primera perspectiva se sitúa la teoría de las Situaciones Auténticas, la cual se constituye como un eje central desde un enfoque metodológico para el desarrollo de la propuesta de aula. La segunda se aborda desde el mapa curricular de Puebla, específicamente el Bachillerato General Estatal (BGE,2018). En la tercera perspectiva, se referencian algunos conceptos matemáticos que emergen en el diseño de la propuesta de aula, donde el foco principal es el concepto de semejanza.

A continuación, se presentan los aspectos que propone Palm (2006) para analizar la situación que se va a simular desde la realidad.

Tabla 1. Los aspectos de situaciones de la vida real que se consideran importantes en la simulación.

A. Evento	F. Circunstancias F1. Disponibilidad de externos herramientas F2. Dirección F3. Consulta y colaboración F4. Oportunidades de discusión F5. Tiempo F6. Consecuencias de la solución de éxito de la tarea (o fracaso).
B. Pregunta	
C. Información/datos C1. Existencia C2. Realismo C3. Especificidad	
D. Presentación D1. Modo D2. Uso del lenguaje	G. Requisitos de la solución
E. Estrategias de solución E1. Disponibilidad E2. Experiencia plausible	H. Propósito H1. Propósito en el contexto figurativo H2. Propósito en el contexto social

Fuente: elaboración propia. Tomada y traducida de Palm (2006).

La teoría de las Situaciones Auténticas propuesta por Palm (2006) proporciona parte de la caracterización del tipo de situaciones que se pretenden abordar en la propuesta de aula, es decir, permite observar la estructura de las

situaciones y tareas solicitadas con el objetivo de realizar una simulación que se puede presentar en la vida diaria y analizar la autenticidad de las tareas diseñadas en la propuesta de aula.

Además, para este diseño, se utilizará el aprendizaje basado en solución de problemas auténticos, que de acuerdo con el Plan y Programas de Estudio (BGE, 2018) se define como la presentación de situaciones de aprendizaje que ocurren en contextos reales por medio de simulaciones auténticas, que se aproximan lo mejor posible a la realidad.

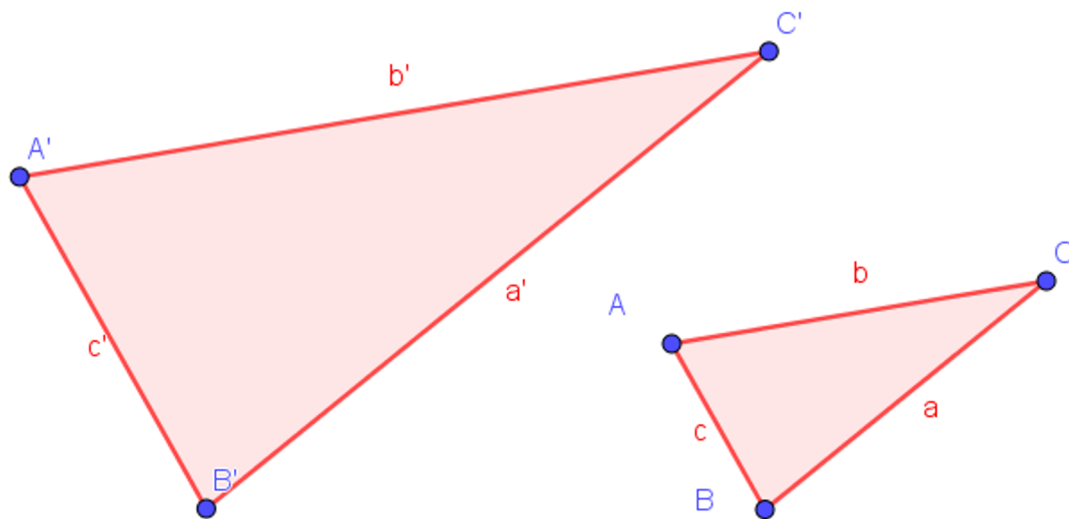
Por otro lado, se presentan a continuación conceptos netamente matemáticos relacionados con el concepto de semejanza y la utilización del Teorema de Tales, los cuales son de vital importancia en la construcción de la propuesta didáctica.

Semejanza

Se define la semejanza de dos polígonos así: Dos figuras A y B se dice que son semejantes, lo que se escribe $A \sim B$, si y sólo si existe una transformación de semejanza que transforma una figura en la otra, es decir, que sus lados homólogos son proporcionales mediante una constante k y sus ángulos homólogos son iguales. (ver figura 2)

- Lados homólogos: lados cuyos extremos están en vértices homólogos.
- Vértices homólogos: vértices de ángulos homólogos
- Ángulos homólogos: Ángulos respectivamente iguales e igualmente dispuestos. Los ángulos homólogos tienen la posibilidad de tener todo el mismo sentido siendo polígonos directamente semejantes o el sentido contrario siendo polígonos inversamente semejantes.
- Razón de semejanza: Es la constante que se mantienen en relación los lados Homólogos.

Figura 1. Transformación de semejanza.



Fuente: elaboración propia.

Razón

Sánchez et al (2003) definen que la *razón* de una cantidad a otra cantidad semejante es el cociente de la primera dividida por la segunda. Es importante aclarar que una razón es un cociente de medidas de cantidades semejantes, ya que no tiene sentido hallar la razón entre dos elementos que no sean del mismo tipo, es decir, hallar la razón entre un kilogramo y un segmento. Por lo anterior, se afirma que se puede hallar la razón entre dos segmentos o entre dos masas. Además, una razón se puede expresar en forma de fracción, de tal forma que se observe la relación entre las magnitudes. Por ejemplo, la razón 5 es a 6 se puede representar como $5 : 6$ o $\frac{5}{6}$.

Proporción

Sánchez et al, (2003) definen una proporción como una expresión de la igualdad de dos razones. Por ejemplo, $\frac{3}{4}$ y $\frac{12}{16}$ tiene el mismo valor, las razones pueden igualarse como una proporción, $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$ o bien $3 : 4 = 12 : 16$. Por lo tanto, si las razones $a:b$ y $c:d$ son iguales, la expresión $a:b = c:d$ es una proporción. Esto se lee “a es a b como c es a d” o también “a y b son proporcionales a c y d”. En la proporción, se dice que a es el primer término, b es el segundo, c es el tercero y d es el cuarto.

Además, la escala es la relación matemática proporcional que existe entre el tamaño real y el tamaño del papel que representa la realidad en el plano o mapa. Esta relación se escribe en forma de razón matemática, donde el primero representa el valor del plano y el segundo representa el valor de la realidad. Por ejemplo, una escala de 1: 100 significa que 1 centímetro del plano es igual a 1 metro en la realidad. (Lozano, Marcos y Hart, s.f).

Relación proporcional en el Teorema de Thales

Esta la relación proporcional en el Teorema de Thales plantea que: toda recta paralela a uno de los lados de un triángulo corta sobre los otros dos lados, segmentos proporcionales.

Se tiene como hipótesis: El triángulo ΔABC y la recta \overline{DE} es paralela a un lado del triángulo ΔABC , en este caso $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$, entonces $\frac{AB}{DB} = \frac{AC}{AE}$.

■ Metodología

La investigación es de tipo mixto, en el cual se resalta el método cualitativo sobre el cuantitativo. Es una investigación exploratoria descriptiva, de corte cualitativa. En Fraenkel, Wallen, y Hyun, (2011) mencionan las características de los tipos de estudio cualitativo y cuantitativo presentando algunas diferencias considerables. Sin embargo, describen las potencialidades de utilizar diferentes métodos en una investigación, debido a que se pueden relacionar aspectos cualitativos y cuantitativos cuando se presentan diferentes instrumentos para recolectar datos.

Inicialmente se elaboró un cuestionario que tiene como objetivo diagnosticar cualitativa y cuantitativamente el pensamiento geométrico de los estudiantes específicamente en los temas de área, perímetro, y semejanza. Lo anterior, se realizó por medio de preguntas de selección múltiple, cada una con un espacio para justificar, que buscan identificar los conocimientos que ha desarrollado previamente cada estudiante y que se relacionan con la propuesta de aula.

En la tabla 2, se muestra la estructura de la propuesta de aula, es decir, el número de hojas de trabajo que componen la situación, y a partir de cada situación se definen la cantidad de problemas que se realizan y las respectivas tareas que tiene cada uno. La tabla se realizó con el fin de estructurar y organizar la propuesta de aula según la complejidad de los problemas de cada situación. Luego, se realiza un análisis de la situación respecto a su autenticidad teniendo en cuenta los aspectos mencionados por Palm (2006), que permiten sustentar el diseño de la propuesta de aula.

Tabla 2. Situación. Hojas de trabajo. Problemas y Tareas de la Propuesta de aula.

Situación	Problemas	Tareas
Hoja de trabajo 1: Trabajando en el patio áreas y escalas.	Problema 1: Trabajando en el patio áreas y escalas Problema 2: Encontrando áreas y perímetros	Problema 1: No. de tareas: 4 Problema 2: No. de tareas: 5
Hoja de trabajo 2: Plano de mi casa actual.	Problema 1: Plano de una casa Problema 2: Elaborando el plano de mi casa actual.	Problema 1: No. de tareas: 3 Problema 2: No. de tareas: 5
Hoja de trabajo 3: Diseñando el plano y la maqueta de la casa de mis sueños.	Problema 1: El diseño de las casas de Ana y Juan Problema 2: Elaborando el plano y la maqueta de la casa de mis sueños.	Problema 1: No. de tareas: 6 Problema 2: No. de tareas: 2

Fuente: elaboración propia.

Análisis del cuestionario y hojas de trabajo

En este capítulo se realiza el análisis preliminar del cuestionario inicial – final y las tres hojas de trabajo que presentan las actividades de la situación auténtica “la casa de mis sueños”.

Cuestionario Inicial

El cuestionario inicial está conformado por 19 preguntas, 14 de ellas de selección múltiple con su respectivo espacio para justificar y 5 preguntas abiertas. Estas preguntas permiten identificar el desempeño académico de los estudiantes respecto a conceptos de geometría como el perímetro, área, ángulos, semejanza, escala etc. Lo anterior, debido a que para el desarrollo de la secuencia didáctica es necesario trabajar estos conceptos para trabajar específicamente los conceptos de semejanza y escala.

Hoja de trabajo No. 1

En cuanto a la hoja de trabajo No. 1, está conformada por 8 preguntas, que se diseñaron teniendo en cuenta los resultados presentados en el cuestionario inicial. En la primera parte, se presentó un contexto relacionado con un terreno de $120m^2$, en el cual los estudiantes deben encontrar diferentes dimensiones que permitan encerrar esta superficie.

En la segunda parte de la hoja de trabajo los estudiantes deben realizar la construcción de diferentes figuras geométricas a escala, como triángulos, hexágonos, etc. Para luego realizar las respectivas comparaciones entre el perímetro y área de cada una de las figuras. A continuación, se presentan las preguntas de la hoja de trabajo No.1.

1. En la cancha de la escuela con la ayuda de tus compañeros y con una cuerda encierren una superficie de $120 m^2$. A continuación describe como lo realizaron.
2. Supongan que tienen un terreno de $120 m^2$. En parejas, respondan lo siguiente argumentando el procedimiento en cada una de ellas.

- a. ¿Qué forma geométrica tiene el terreno y cuáles serían sus dimensiones? Traza el terreno utilizando regla y compás a una escala de 1:100.
- b. ¿Podría ser de otra forma geométrica? Traza el terreno en otras formas geométricas posibles, utilizando regla y compás, a una escala de 1:100.
3. ¿Qué tipos de ángulos se identificaron en cada forma geométrica y cuál es su medida?
4. Si el terreno fuera de forma circular, ¿Qué dimensiones tendría? Traza el terreno utilizando regla y compás, a una escala de 1:100.
5. Si el terreno fuera de forma triangular ¿Qué dimensiones tendría? Traza el terreno utilizando regla y compás, a una escala de 1:100.
6. Si el terreno fuera de forma hexagonal ¿Qué dimensiones tendría? Traza el terreno utilizando regla y compás, a una escala de 1:100.
7. ¿Cuál es el área y perímetro que tienen cada una de estas formas geométricas halladas en la anterior pregunta?
8. ¿Cuál de todas las formas geométricas que han trazado tiene mayor perímetro y cuál menor perímetro encerrando la misma área?

Hoja de trabajo número 2

La hoja de trabajo No. 2 está conformada por la definición de escala, con el fin de consolidar el concepto que se trabajó en la hoja de trabajo No. 1 y se pueda comprender las relaciones que se presentan en el dibujo a escala y el tamaño real.

Además, se presentan 4 preguntas que se diseñaron con el fin de que el estudiante reconozca su entorno y logre realizar una representación a escala de la casa en la que vive. Por esto, se presentó un contexto relacionado con un plano inicial de una casa para luego identificar las dimensiones reales que representan y después con la guía del docente puedan realizar la construcción del plano a escala de la casa en la que viven actualmente, realizando un reconocimiento espacial con medidas reales para luego realizar el plano.

Las preguntas de la hoja de trabajo No. 2, son presentadas a continuación:

1. El plano de la casa siguiente está dibujado a escala de 1:125. Halle las dimensiones reales en metros de:
 - a) El frente de la casa
 - b) La puerta de entrada
 - c) El cubo de la escalera.
2. Elabore un plano a una escala de 1:100 de la casa donde habita actualmente, en el cual se observe lo siguiente:
 - a) Todos los espacios que contiene: cocina, baño(s), comedor, recámara(s), lavadero, jardín o patio, etc.
 - b) Las dimensiones de cada uno de los espacios anteriores.
 - c) La línea del drenaje y agua potable.
 - d) La línea de distribución de la luz para una recámara o cualquier otro espacio.
 - e) Si es de dos plantas o más se deben mostrar por separado.

Hoja de trabajo número 3

La hoja de trabajo No. 3, está conformada por 2 contextos iniciales de dos estudiantes que pensaban construir la casa de sus sueños desde dos entornos diferentes, (contexto rural y urbano), en donde se presentan ciertas diferencias. Lo anterior, con el objetivo de que los estudiantes logren identificarse en alguno de los contextos. Además, se les presentamos 6 preguntas relacionadas con los contextos iniciales y el contexto en el que viven.

Luego, se presentan 2 preguntas que se diseñaron con el fin de que el estudiante a partir de lo realizado en la hoja de trabajo No. 1 y No. 2 logre construir, en un primer momento, un plano de la casa de sus sueños a una escala 1:100 a partir de un terreno de $120m^2$. Para este caso, sólo se les solicita realizar la construcción del encierro con

las respectivas divisiones de la casa. En adición, se les pide que realicen la construcción de una maqueta a escala teniendo en cuenta los planos realizados previamente. El objetivo de presentar esta hoja de trabajo es que los estudiantes se aproximen a la idealización de la construcción de la casa de sus sueños por medio de la realización de la maqueta.

A continuación, se presentan las situaciones y las preguntas de la hoja de trabajo No. 3.

Juan conoció a Ana a través de las redes sociales. Ella vive en la ciudad de Puebla, él en una comunidad de la sierra norte del estado y, a pesar de la lejanía, se han convertido en el mejor amigo uno del otro. Tienen muchas coincidencias, los dos son estudiantes de bachillerato, les gusta leer, escuchar música, ver películas, ambos desean terminar su bachillerato, estudiar una carrera universitaria, no quieren tener hijos ni casarse hasta que trabajen en su profesión y, sobre todo, coinciden en tener su propia casa.

Ana le comenta a Juan que le gustaría que su casa tuviera tres recámaras, dos baños, una cocina con comedor, una cochera, un jardín con muchas flores y una fuente circular; que también las ventanas fueran de metal forjado con un diseño original y que fuera una vivienda sustentable. Él comenta que le gustaría una vivienda con características de casas ecológicas, además quiere un cuarto de estudio que tenga forma de hexágono con un domo, también desea poner un pequeño gallinero y un huerto con hortalizas.

1. ¿Crees que Ana y Juan puedan lograr esta meta? ¿cómo crees que lo puedan hacer realidad?
2. ¿Qué características tienen en común las casas de tu comunidad con las que sueñan tener Ana o Juan o ambos?
3. ¿Existe alguna casa que te guste por el diseño de su arquitectura? ¿qué es lo que más te llama la atención de esa casa? ¿por qué?
4. ¿En tu comunidad existen viviendas sustentables o ecológicas?
5. ¿Te identificas con alguno de los personajes? ¿En qué sentido? Explica
6. A ti, ¿te gustaría tener tu propia casa, preferirías vivir siempre en un cuarto de la casa de tus padres, esperarías a que te hereden o te irías a vivir a la casa de los padres de tu pareja? Explica

Considerando que solamente dispones de un lote de 120 metros cuadrados de superficie, lleva a cabo lo siguiente:

7. Realiza un plano de la casa que te gustaría construir a una escala de 1:100.
8. Elabora una maqueta de la casa de tus sueños, preferentemente con material reciclable o reutilizable.

■ Reflexiones

En general, los referentes conceptuales fueron importantes a la hora del diseño puesto que se logra articular lo planteado en los referentes didácticos, curriculares, cognitivos y matemáticos, específicamente el contexto. Por lo anterior, se reconocen los contextos de la construcción de la casa de sus sueños mediante la elaboración de un plano, y una maqueta de la casa que los estudiantes desean construir.

Específicamente, para la construcción y diseño de la propuesta de aula se tuvo en cuenta la investigación Palm (2006) y se retoman los aspectos mencionados en la teoría de situaciones auténticas. Además, desde lo planteado curricularmente por el Bachillerato General Estatal (2018) se relacionan este tipo de actividades en el aula.

Por otro lado, se realizó la articulación para el diseño de cada una de las hojas de trabajo, teniendo en cuenta los referentes y así analizarlos en la puesta en práctica de la secuencia. La propuesta de aula permitirá el aprendizaje significativo de conceptos geométricos como el área, perímetro y la semejanza, además permitirá que los estudiantes establezcan una relación entre lo que aprenden en la escuela y lo que pueden aplicar en su vida, y logren vislumbrar la construcción ideal de su casa con el fin de mejorar su proyecto de vida.

Finalmente, se espera aplicar la propuesta en dos contextos educativos (rural y urbano), con el fin de realizar comparaciones.

■ Referencias bibliográficas

- Báez, R. e Iglesias, M. (2007). Principios didácticos para seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL “El Mácaro”. *Enseñanza de la Matemática*, Vols. 12 al 16, Número extraordinario, 67-87.
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2011). *How to design and evaluate research in education*. New York: McGraw-Hill Humanities/Social Sciences/Languages
- Goncalves, R. (2006). ¿Por qué los estudiantes no logran un nivel de razonamiento en la geometría? *Revista ciencias de la educación*. 1(26), 83-98.
- Sánchez, R. Zapata, Arteaga, G. y Zerón, J. *Congruencia y semejanza de figuras geométricas*. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua]. Archivo digital . 188041.pdf (unanleon.edu.ni)
- Palm, T. (2006). Word problems as simulations of real-world situations: A proposed framework. *For the Learning of Mathematics*, 26(1), 42–47.
- Plan y programas de estudio BGE. (2018). *Estrategias sugeridas para fomentar el Aprendizaje Situado*. Programas BGE 2018 (puebla.gob.mx)