

UN EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA PARA PROMOVER EL USO DE LAS CONEXIONES MATEMÁTICAS EN EL APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES LINEALES EN BACHILLERATO

A TEACHING EXPERIMENT TO PROMOTE THE USE OF MATHEMATICAL CONNECTIONS IN THE LEARNING OF LINEAR EQUATIONS IN HIGH SCHOOL

Gabriel Barragán Mosso, Javier García-García
Universidad Autónoma de Guerrero. (México)
gmosso31@gmail.com, jagarcia@uagro.mx

Resumen:

Este trabajo expone los avances de una investigación más general que planteó como pregunta ¿qué efectos tiene un experimento de enseñanza basado en conexiones matemáticas en el aprendizaje de la ecuación lineal en estudiantes de bachillerato? Para responderla se diseñó un experimento de enseñanza que consideró tareas diseñadas en GeoGebra bajo el enfoque de conexiones matemáticas. Los datos fueron recolectados mediante videograbaciones de las clases y las producciones de los estudiantes en GeoGebra y, para analizarlos se emplea el análisis temático y la comparación de la trayectoria hipotética de aprendizaje con la trayectoria real de aprendizaje. Los resultados preliminares muestran que los estudiantes hicieron conexiones intra-matemáticas de tipo procedimental, característica, representaciones diferentes, significado y la conexión extra-matemática de modelado; siendo las conexiones matemáticas de representaciones diferentes y procedimental las más evidenciadas.

Palabras clave: conexiones matemáticas, ecuación lineal, experimento de enseñanza, bachillerato

Abstract:

This paper presents the progress of a research that posed the question: what effects does a teaching experiment based on mathematical connections have on the learning of linear equations in high school students? To answer this question, a teaching experiment was designed that considered tasks designed in GeoGebra under the mathematical connections approach. The data were collected through video recordings of the classes and the students' productions in GeoGebra; and, in order to analyze them, the thematic analysis, and the comparison of the hypothetical learning trajectory with the real learning trajectory were used. Preliminary results show students made intra-mathematical connections of procedure, characteristic, different representations, meaning, and the extra-mathematical connection of modeling; being the mathematical connections of different representations and procedures the most evident ones.

Keywords: mathematical connections, linear equation, teaching experiment, high school

■ Introducción

El álgebra es un componente principal de los planes de estudio de matemáticas en diferentes países (Bal, 2016) y, la ecuación lineal es uno de los temas del álgebra que juega un papel central en el desarrollo de otros conceptos matemáticos (Mengistie, 2020). El estudio de las ecuaciones lineales se vuelve fundamental porque el uso de estas permite resolver problemas matemáticos (cálculo de perímetro, área y volumen de figuras geométricas) y situaciones planteadas por otras ciencias como la ingeniería, la química, la economía (porcentaje, compras, punto de equilibrio de venta de un producto, balance de raciones), entre otros (Navia, 2017).

Sin embargo, los hallazgos que en la literatura se muestran, evidencia que los estudiantes presentan diversas dificultades en el aprendizaje de este concepto matemático. Por ejemplo, con el significado del signo igual (Kieran, 2003), enfrentarse a un lenguaje nuevo (Esquinas, 2009). También hay investigaciones que reportan las causas de ciertas dificultades por parte de los estudiantes al trabajar con este concepto y están relacionadas con la forma en que se enseña álgebra, el estilo de enseñanza de los profesores de matemáticas y que los estudiantes no experimenten un aprendizaje práctico en el aula (Eichhorn et al., 2018). Por esta razón, creemos que es necesario el diseño de propuestas de enseñanza-aprendizaje que involucren el concepto de ecuación lineal, pero además consideramos fundamental el trabajo bajo el enfoque de conexiones matemáticas para lograrlo. Esto porque las conexiones matemáticas son un tema vigente en matemática educativa que va acrecentándose dada la importancia que ha sido reportada por diferentes investigadores (por ejemplo, Businkas, 2008; Campo-Meneses y García-García, 2020, 2021; Dolores y García-García, 2017; Eli et al., 2013; Evitts, 2004; García, 2018; García-García y Dolores-Flores, 2018, 2021a, 2021b; Jaijan y Loipha, 2012; (Rodríguez-Nieto et al., 2021; entre otros). Además, son una demanda en los currículos de varios países, entre ellos México.

La importancia que se le atribuye a este enfoque, en principio, es que hacer conexiones matemáticas puede contribuir al desarrollo de las habilidades de razonamiento y comunicación, dos procesos considerados fundamentales en las matemáticas (Bingölbali y Coşkun, 2016). Además, se vuelve fundamental porque favorece que las matemáticas sean vistas como un campo coherente e integrado y no como una colección de partes separadas, que es como la ven mayormente los estudiantes (Evitts, 2004; Jaijan y Loipha, 2012). Garbín (2005) señaló que hacer conexiones matemáticas permite identificar y establecer relaciones entre los problemas y reconocer sus contextos, lo que a su vez permitirá dar respuestas coherentes a los problemas.

En ese mismo sentido, García-García (2019) argumentó que establecer conexiones matemáticas favorece la integración del conocimiento y la interdisciplinariedad y, contribuye a la resolución de problemas de aplicación y problemas no matemáticos. Asimismo, hacer conexiones matemáticas en el proceso de aprendizaje permitirá a los estudiantes estar en mejores condiciones para resolver tareas matemáticas de manera congruente y tener la capacidad de modelar fenómenos de la vida real a través del uso de conceptos matemáticos e incluso con los de otras disciplinas (García-García, 2019). Finalmente, pero no menos importante, a través de las conexiones matemáticas que realiza un estudiante se puede inferir en su nivel de comprensión matemática (García-García 2019; Mhlolo, 2012).

Por lo expuesto anteriormente y tomando en cuenta que hasta el momento son nulos los trabajos encontrados que aborden de manera conjunta el enfoque de conexiones matemáticas y el concepto de ecuación lineal dada su importancia, en la presente investigación se pretende responder la siguiente pregunta: ¿qué efectos tiene un experimento de enseñanza basado en conexiones matemáticas en el aprendizaje de la ecuación lineal en estudiantes de bachillerato? Y como objetivo general: diseñar y valorar un experimento de enseñanza que promueva el aprendizaje de la ecuación lineal a través del establecimiento de conexiones matemáticas en estudiantes mexicanos de primer grado de bachillerato. Objetivos particulares: (1) diseñar una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje que involucre el concepto de ecuación lineal basada en el establecimiento de conexiones matemáticas y (2) comparar la Trayectoria Hipotética de Aprendizaje y la Trayectoria Real de Aprendizaje que será evidenciada por los estudiantes.

■ Marco conceptual

En la literatura se muestran diversas posturas en torno a cómo se asume el concepto de conexión matemática, por ejemplo, para el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM [por sus siglas en inglés], 2013) las conexiones matemáticas son entendidas como el establecimiento de relaciones entre distintos objetos matemáticos y como un proceso matemático que puede permitir a los estudiantes ampliar su comprensión de la matemática, tomando en cuenta los conocimientos previos. Para Businskas (2008), las conexiones matemáticas son relaciones verdaderas sobre la base de las cuales se estructura la matemática, que son independientes del estudiante y que, además, son relaciones mediante las cuales los procesos de pensamiento construyen la matemática. Al hablar de relaciones verdaderas, Singletary (2012) señaló también que una conexión matemática es una relación, pero entre entidades matemáticas o entre éstas y las entidades no matemáticas.

Por su parte, De Gamboa & Figueiras (2014) definieron a las conexiones matemáticas como una red de enlaces lógicos y coherentes que permiten una articulación de nuevos significados y a su vez pueden utilizarse para vincular temas matemáticos, o bien como relaciones causales, lógicas o de interdependencia entre dos entidades matemáticas. Lo anterior está relacionado con la definición propuesta por Eli et al. (2013) ya que definieron a una conexión matemática como un enlace en el que se utilizan tanto conocimientos previos o conocimientos nuevos para establecer o fortalecer la comprensión de la relación entre dos o más ideas matemáticas, conceptos y representaciones.

Sin embargo, dadas las diferentes posturas, en esta investigación se adopta la definición propuesta por García-García y Dolores-Flores (2018) ya que sus trabajos indagaron en el trabajo de estudiantes de bachillerato al igual que la presente investigación. Así se asume que las conexiones matemáticas son un proceso cognitivo mediante el cual una persona establece, asocia o relaciona de manera verdadera dos o más ideas, conceptos, definiciones, teoremas, procedimientos, representaciones y significados entre sí, con la vida real o con otras disciplinas y que a su vez emergen en el momento en el que la persona (estudiante) resuelve tareas específicas. Mismas que pueden ser identificadas en las producciones escritas e incluso en los argumentos orales o gestuales que se puedan desarrollar al momento de la resolución de las tareas.

De acuerdo con García-García y Dolores-Flores (2018) existen dos grandes grupos de conexiones matemáticas: las conexiones intra-matemáticas (*procedimental, significado, representaciones diferentes, característica, parte-todo*) que emergen cuando existe una vinculación entre los conceptos matemáticos entre sí y las conexiones extra-matemáticas (*modelado*) que emergen cuando hay una relación entre objetos de la matemática con situaciones de la vida real o con conceptos de otras disciplinas, es decir, la resolución de problemas de aplicación.

Por otro lado, las ecuaciones de primer grado son un concepto matemático fundamental en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática que permiten desarrollar la habilidad en los estudiantes de resolver problemas cotidianos con mayor rapidez. De acuerdo con Lehmann (2004) una ecuación lineal con una incógnita x es una expresión que se puede escribir de la forma $ax + b = 0$, donde $a, b \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0$.

En la presente investigación entendemos que una ecuación lineal es una igualdad entre expresiones algebraicas de la forma $ax + b = c$, donde a, b y c son constantes y x representa la incógnita con exponente igual a 1. Cabe mencionar que para ser una ecuación lineal todas las incógnitas involucradas, de ser el caso, tendrán como exponente 1, de no ser así ya no se considera una ecuación lineal.

■ Metodología

La presente investigación es de tipo cualitativa que está inmersa dentro del paradigma de investigación basada en diseño, dicho paradigma intenta comprender y mejorar la realidad educativa a través de la consideración de contextos naturales y tiene por objetivo analizar el aprendizaje en contexto mediante el diseño y estudio sistemático de formas de aprendizaje, estrategias y herramientas de enseñanza (Molina et al., 2011). Molina et al. (2011) afirmaron que más allá de proponer diseños que sean efectivos en cuestión de aprendizaje, este tipo de investigación busca explicar por qué lo propuesto funciona y a su vez sugerir modos con los cuales el diseño puede ser adaptado

a nuevas circunstancias tomando en cuenta lo evidenciado. Además, señalaron que entre los principales estudios de este paradigma tenemos a los experimentos de enseñanza. Cobb y Gravemeijer (2008) señalaron que el experimento de enseñanza es el tipo de estudio de diseño más frecuente.

Un experimento de enseñanza consiste en una en una serie de encuentros por un período de tiempo en los cuales los participantes son normalmente un investigador-docente, uno o más estudiantes y uno o más investigadores-observadores (Kelly y Lesh, 2000). En cada episodio se recoge información de todo lo que ocurre mediante videos o toma de notas a fin de poder analizar el desarrollo presentado en los ambientes de aprendizaje. Los experimentos de enseñanza son una metodología diseñada para explorar y explicar la actividad matemática de los estudiantes y así entender su progreso mediante un periodo de tiempo (Steffe y Thompson, 2000). De acuerdo con Molina et al. (2011) los experimentos de enseñanza constan de tres fases: (1) preparación del experimento, (2) experimentación y (3) análisis retrospectivo de los datos.

En la presente investigación se considera que esta metodología es pertinente ya que permitirá obtener argumentos basados en lo evidenciado por los estudiantes y experimentar de primera mano el aprendizaje de estos al resolver tareas que involucran el concepto de ecuación lineal. Así, los datos que se reportan en la presente investigación corresponden a las producciones de doce estudiantes de primer semestre de bachillerato que se encontraban cursando la asignatura de Álgebra en una preparatoria tecnológica de la ciudad de Chilpancingo de los Bravo, Guerrero, México. Para la colecta de los datos, se recopiló evidencia del trabajo realizado por los estudiantes en las lecciones de GeoGebra y se videograbaron momentos donde los estudiantes socializaban sus respuestas. En adelante nos referimos a ellos como E1, E2,.....E12.

Análisis de los datos

Para analizar los datos se utilizó el análisis temático propuesto por Braun y Clarke (2006, 2012). Este permite identificar y analizar patrones en datos cualitativos (Clarke y Braun, 2013) y se caracteriza por ser un método flexible porque puede ser empleado para diferentes marcos teóricos e incluso para diversas preguntas de investigación. En la presente investigación permitió identificar qué tipologías de conexiones matemáticas evidencian los estudiantes en su actividad matemática. Este tipo de análisis consta de las siguientes fases: (1) familiarización de los datos, (2) generación de códigos iniciales, (3) búsqueda de temas y subtemas, (4) revisión de temas y subtemas, (5) definición y denominación de temas y subtemas y finalmente la redacción del informe. Además, se usó el método de triangulación entre investigadores para dar confiabilidad, credibilidad validez y rigor a los resultados.

■ Resultados

Es importante señalar que se presentan los resultados de la primera parte de la investigación, es decir las conexiones matemáticas identificadas, la segunda parte que está relacionada con la comparación entre las trayectorias de aprendizaje, no se presenta por cuestiones de espacio. Sin embargo, se podrá consultar en el reporte de investigación general.

Una vez terminado el análisis de las producciones escritas y verbales de los doce estudiantes al resolver las tareas propuestas, se identificaron diferentes conexiones matemáticas que se resumen en la tabla 1.

Tabla 1. Conexiones matemáticas esperadas y evidenciadas en cada tarea.

Tareas	Conexiones matemáticas esperadas	Conexiones matemáticas identificadas en los casos de estudio											
		Estudiantes											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tarea 1	C.P				*	*	*		*	*	*		
	C.C			*					*				
	C.RD												
	C.S												
Tarea 2	C.P												
	C.C			*			*						
	C.RD			*	*		*	*					
	C.S				*								
	C.PT												
Tarea 3	C.P	*	*	*	*		*			*	*	*	
	C.C										*		
	C.RD	*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*
	C.S				*							*	
	C.M			*	*		*			*	*	*	
Tarea 4	C.P			*	*	*	*					*	
	C.RD			*	*	*	*		*	*	*	*	
	C.S				*								
	C.C												
	C.M			*	*		*					*	
Tarea 5	C.P												
	C.C			*									
	C.RD						*						
	C.M												
	C.S				*							*	

Fuente: elaboración propia.

Nota. C.P=conexión procedimental; C.S= conexión significado; C.RD= conexión representaciones diferentes; C.C=conexión característica; C.PT=conexión parte-todo; C.M=conexión modelado.

Mediante el análisis temático se identificaron un total de 65 conexiones matemáticas que los estudiantes hicieron de manera explícita e implícita. Además, se hace evidente que la conexión matemática con más frecuencia es la conexión de Representaciones Diferentes, específicamente el registro algebraico, que es el que se promueve por medio de las tareas propuestas. A continuación, se presentan los resultados en torno a cada una de las tareas propuestas, mostrando ejemplos específicos.

Tarea 1

En la tarea 1 fueron establecidas solamente la conexión procedimental y la conexión característica. En el caso de E3 y E8 ambos estudiantes establecieron ambas conexiones y se destaca que el cálculo mental fue el único procedimiento mediante el cual los estudiantes lograron resolver la tarea de manera correcta (tabla 2).

Tabla 2. Conexiones matemáticas esperadas y obtenidas en la tarea 1.

Conexión matemática esperada	Estudiantes que la evidenciaron
Procedimental	E4, E5, E6, E8, E9 y E10
Característica	E3 y E8
Significado	
Representaciones diferentes	

Fuente: elaboración propia.

Por ejemplo, E3 que evidenció ambas conexiones matemáticas en esta tarea. Para el caso de la conexión procedimental este describió por ejemplo cómo fue que planteó la expresión algebraica a partir de la situación que se le planteó.

Investigador: explica detalladamente cómo hiciste lo anterior (encontrar la ecuación correcta).

E3: al total de lo que gastó Luis le resté el precio de las palomitas que son de \$22, y el resultado fue \$26 y entre los dos refrescos que compró Luis esto es igual a \$13.

Figura 1. Respuesta del estudiante a la tarea propuesta.

Coloca el costo del refresco y luego presiona enter para validar tu respuesta: 13 ✓
 Nota: si aparece una palomita es porque tu respuesta es correcta

Tarea 23: Explica detalladamente cómo hiciste lo anterior.

Aa π Sabiendo el total de lo que gasto Luis menos el precio de las palomitas que son de \$22es igual a \$26 entre los dos refrescos que compro Luis es igual a \$13

Fuente: producción del estudiante tres.

Tarea 2

En la tabla 3 se muestra que fueron establecidas las conexiones de tipo característica, representaciones diferentes y significado. Esta última tipología solo fue evidenciada por E4. Cabe mencionar que en esta tarea se esperaba que se evidenciara la conexión de parte-todo, sin embargo, ninguno de los estudiantes logró establecerla.

Tabla 3. Conexiones matemáticas esperadas y obtenidas en la tarea 2.

Conexión matemática esperada	Estudiantes que la evidenciaron
Procedimental	
Característica	E3 y E6
Significado	E4
Representaciones diferentes	E3, E4, E6 y E7
Parte-todo	

Fuente: elaboración propia.

Un ejemplo relacionado con esta tarea es cómo fue evidenciada la conexión significada, ya que a partir de diferentes argumentos hechos por parte de E4 se creó el subtema *una ecuación lineal es una igualdad que tiene incógnitas elevadas a la primera potencia*. En este caso el estudiante indicó ciertas características del objeto matemático (ver extractos de E4).

Investigador: la igualdad $2x - 3 = x - 2$ ¿Es una ecuación lineal? ¿Por qué?

E4: sí, porque involucra incógnitas elevadas a la primera potencia.

[...]

Investigador: explícame cómo realizaste la clasificación de las fichas (elementos de una ecuación).

E4: en los términos clasifiqué los números, en las incógnitas la x porque no se sabe que valor representa y finalmente los signos matemáticos, eso fue más sencillo.

[...]

Investigador: ¿La expresión representa una ecuación lineal?, ¿Por qué?

E4: sí, porque tiene una incógnita.

[...]

Investigador: ¿Qué entiendes por ecuación lineal y menciona cuáles son sus principales características?

E4: una ecuación lineal es la que utiliza incógnitas.

Explicación oral de E4: lo que entiendo es que es un problema que contiene incógnitas y se tiene que resolver cuál es el valor de esa incógnita.

Tarea 3

Para el caso de esta tarea la conexión que más predominó fue la de representaciones diferentes, sin embargo, E8 no logró establecer ninguna conexión en esta tarea. Además, es evidente que en esta tarea se evidenciaron más conexiones matemáticas con un total de 28 y entre estas se encuentra la conexión extra-matemática de modelado (tabla 4).

Tabla 4. Conexiones matemáticas esperadas y obtenidas en la tarea 3.

Conexión matemática esperada	Estudiantes que la evidenciaron
Procedimental	E1, E2, E3, E4, E6, E9, E10 y E11
Característica	E10
Significado	E4 y E11
Representaciones diferentes	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E9, E10, E11 y E12
Modelado	E3, E4, E6, E9, E10 y E11

Fuente: elaboración propia.

E11, por ejemplo, al resolver esta tarea evidenció la conexión de modelado. En este caso E11 parte de un problema que ocurre o puede ocurrir en un contexto real y posteriormente plantea un modelo para darle solución. Una vez construido el modelo, hizo uso de sus conocimientos (matemáticos o no) para encontrar el valor de x (ver figura 2 y extractos de E11).

Figura 2. Respuesta del estudiante a la tarea propuesta.

Luis invitó al cine a su novia y durante la función compraron 2 refrescos y una bolsa de palomitas de \$22. Si Luis gastó \$48 en total, ¿Cuánto costó cada refresco?

Representa esta situación empleando las fichas dadas y luego escríbela en la casilla y valida.

Coloca la expresión aquí usando las fichas:

Coloca la expresión y luego presiona enter para validar tu respuesta:

Nota: si aparece una palomita es porque tu respuesta es correcta

Fuente: producción del estudiante tres

Investigador: explica cómo llegaste a la ecuación.

E11: en el caso de $2x$, porque hay dos valores desconocidos que son el costo de los refrescos, el 22 es el valor de las palomitas y el 48 es el total que se gastó.

[...]

Investigador: encuentra el costo del refresco y explica de manera detallada cómo lo haces.

E11: primero hice 22 más la (x) ya que es un número desconocido y como resultado me dio 48 después me di cuenta de que el número desconocido era 26 entonces hice una división de 26 entre 2 y como resultado me dio 13.

Tarea 4

En la tabla 5 se muestran las conexiones que fueron evidenciadas por los estudiantes al resolver la tarea 4. Sin embargo, a pesar de que se promovía el uso de la conexión característica, ésta no fue establecida por ningún estudiante y para el caso de la conexión significado, solo E4 la evidenció.

Tabla 5. *Conexiones matemáticas esperadas y obtenidas en la tarea 4.*

Conexión matemática esperada	Estudiantes que la evidenciaron
Procedimental	E3, E4, E5, E6 y E11
Característica	
Significado	E4
Representaciones diferentes	E3, E4, E5, E6, E8, E9, E10 y E11
Modelado	E3, E4, E6 y E11

Fuente: elaboración propia.

Por ejemplo, E6 evidenció en esta tarea la conexión procedimental, lo que permitió ver que su principal estrategia fue el cálculo mental. El sustento de esta tipología fue la formación de diferentes códigos sustentados por los extractos de E6.

Investigador: explica de manera detallada qué realizaste para encontrar los resultados.

E6: busqué un número que menos 10 sea 5 (valor de la estrella), después reste 15 menos 8 lo cual me dio 7 (valor del círculo), ya después sume esos 7 más 2 lo cual me dio 9 (valor del triángulo).

[...]

Investigador: explica cómo encontraste el costo del refresco.

E6: primero busqué un número que multiplicado por dos me diera el número restante que en este caso fue el 26 y me terminó dando 13 que ese es el costo del refresco.

[...]

Investigador: Explica cómo encontraste la ecuación $x + 2x + 3x = 60$.

E6: Me puse a buscar números que multiplicados por dos y tres me pudieran dar el resultado de 60

Tarea 5

Finalmente, para el caso de esta tarea solo fueron evidenciadas las conexiones matemáticas característica, significado y representaciones diferentes. Además, fue una de las tareas en las que se evidenciaron menos conexiones matemáticas.

Tabla 6. Conexiones matemáticas esperadas y obtenidas en la tarea 5.

Conexión matemática esperada	Estudiantes que la evidenciaron
Procedimental	
Característica	E3
Significado	E4 y E11
Representaciones diferentes	E6
Modelado	

Fuente: elaboración propia.

E3, por ejemplo, en esta tarea evidenció la conexión característica que se construyó a partir de diferentes extractos de sus producciones para formar el subtema *una ecuación lineal es una igualdad entre expresiones algebraicas que tiene un valor desconocido*.

Investigador: ¿Qué entiendes por ecuación lineal?

E3: Entiendo que es una operación de igualdad entre expresiones.

[...]

Investigador: la igualdad $2x - 3 = x - 2$ ¿Es una ecuación lineal? ¿Por qué?

E3: sí, porque es una ecuación equilibrada.

[...]

Investigador: explica con tus propias palabras qué entiendes por ecuación lineal y menciona cuáles son sus principales características.

E3: Lo que entiendo es que son ecuaciones que se tienen que igualar o encontrar su respectivo valor.

■ Discusión y conclusión

En el presente escrito se reportó la primera parte de lo que contempla la investigación en su totalidad, es decir se presentaron las conexiones identificadas en las producciones verbales y textuales de los estudiantes. Actualmente, se está trabajando en el diseño y comparación de las trayectorias de aprendizaje, sin embargo, esto se podrá mirar en la investigación general.

De acuerdo con los resultados se evidenciaron un total de 65 conexiones matemáticas, entre estas se identificaron 4 conexiones intra-matemáticas (procedimental, característica, significado, representaciones diferentes) y la conexión extra-matemática (de modelado), resultados que han sido reportados por otros investigadores (por ejemplo, Campo-Meneses y García-García, 2020, 2021; García-García y Dolores-Flores, 2017, 2018, 2021a, 2021b) evidenciadas en la práctica de estudiantes de bachillerato al resolver tareas específicas, como fue el caso de esta investigación. Se obtuvo además que la conexión más común es la de representaciones diferentes que se evidenció 24 veces, seguida por la conexión matemática procedimental. Resultados consistentes con lo reportado por Dolores y García-García (2017).

Por otro lado, de acuerdo con los resultados, en las tareas 3 y 4 se evidenciaron la mayor parte de conexiones matemáticas. Cabe destacar que en las tareas propuestas fue promovido el uso de las diferentes conexiones, sin embargo, la conexión de parte-todo no fue evidenciada por ninguno de los casos investigados. En el caso de E1, E2, E7 solo evidenciaron 2 conexiones matemáticas cada uno y E12 solo una conexión. Estos resultados de cierta manera muestran que los estudiantes tienen ciertas dificultades al trabajar el concepto. Se considera que una de las causas de tal situación es que los estudiantes no seguían correctamente las instrucciones planteadas. Para el caso de

las tareas 3, 4 y 5, consideramos que la principal dificultad es el traslado del lenguaje común al algebraico o viceversa que coincide con lo reportado por Esquinas (2009) que mencionó que en el momento en que el estudiante se enfrenta a un lenguaje nuevo esto le crea dificultades para trabajar de manera correcta el concepto de ecuación lineal.

Por otro lado, pero no menos importante, se destaca en el presente escrito el uso del software GeoGebra online porque permitió aplicar las tareas propuestas y a su vez permitió observar en tiempo real las producciones hechas por los estudiantes que se guardaron de manera automática. Por lo que concluimos que GeoGebra es una herramienta con gran potencial, ya que como afirmaron Hohenwarter y Fuchs (2004) es un medio apropiado para aprender matemáticas con una variedad de actividades que incluyen la demostración, visualización y como ayuda para la construcción. Por su parte, Mollakuqe et al. (2021) señalaron que el pensamiento crítico, la comprensión y el interés por parte de los estudiantes son mucho mayores cuando se trabaja con este software en comparación con no utilizar ningún software.

Finalmente, consideramos que los resultados obtenidos pueden servir en la práctica docente para plantear un rediseño de las tareas propuestas tomando en cuenta como parte fundamental el establecimiento de conexiones matemáticas y que a su vez mejoren la comprensión del concepto de ecuación lineal. También, se sugiere seguir investigando y trabajando en torno al enfoque de conexiones matemáticas dada la relevancia que en la literatura se reporta.

Agradecimientos: Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

■ Referencias bibliográficas

- Bal, A. P. (2016). The effect of the differentiated teaching approach in the algebraic learning field on students' academic achievements. *Eurasian Journal of Educational Research*, 63, 185-204. [10.14689/ejer.2016.63.11](https://doi.org/10.14689/ejer.2016.63.11)
- Bingölbali, E., & Coşkun, M. (2016). A proposed conceptual framework for enhancing the use of making connections skill in mathematics teaching. *Education and Science*, 41(183), 233-249. <http://dx.doi.org/10.15390/EB.2016.4764>
- Braun, V., & Clarke, V. (2012). Thematic analysis. En H. Cooper (Ed.). *Handbook of Research Methods in Psychology*, 57-71. <https://doi.org/10.1037/13620-004>
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Using thematic analysis in psychology*, 3(2), 77-101. <http://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Businskas, A. (2008). *Conversations about connections: How secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections*. Tesis de doctorado no publicada. Simon Fraser University.
- Campo-Meneses, K. G., & García-García, J. (2021). La comprensión de las funciones exponencial y logarítmica: una mirada desde las conexiones matemáticas y el Enfoque Ontosemiótico. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática (PNA)*, 16(1), 25-56. <https://doi.org/10.30827/pna.v16i1.15817>
- Campo-Meneses, K. G., & García-García, J. (2020). Explorando las conexiones matemáticas asociadas a la función exponencial y logarítmica en estudiantes universitarios colombianos. *Educación Matemática*, 32(3), 209-240. <https://doi.org/10.24844/em3203.08>
- Clarke, V., & Braun, V. (2013). Teaching thematic analysis: Overcoming challenges and developing strategies for effective learning. *The Psychologist*, 26(2), 120-123.

- Cobb, P., & Gravemeijer, K. (2008). *Experimenting to Support and Understand Learning Processes*. En Anthony, Richard, John y Baek. (eds). (pp. 68–95): Handbook of Design Research Methods in Education, Innovations in Science, Technology, Engineering, and Mathematics Learning and Teaching Routledge.
- De Gamboa, G., & Figueiras, L. (2014). *Conexiones en el conocimiento matemático del profesor: propuesta de un modelo de análisis*. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.). Investigación en Educación Matemática XVIII.
- Dolores , C., & García-García, J. (2017). Conexiones intramatemáticas y extramatemáticas que se producen al resolver problemas de cálculo en contexto: un estudio de casos en nivel superior. *Boletim de Educação Matemática (Bolema)*, 31(57), 158-180. <http://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a08>
- Eli, J., Mohr-Schroeder, M. J., & Lee, C. W. (2013). Mathematical connection and their relationship to mathematics knowledge for teaching geometry. *School Science and Mathematics*, 113(3), 120-134. <https://doi.org/10.1111/ssm.12009>
- Eichhorn, M. S., Perry , L. E., & Brombacher, A. (2018). Students' early grade understanding of the equal sign and non-standard equations in Jordan and India. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 4(2), 655-669. DOI:10.21890/ijres.432520
- Esquinas , A. (2009). *Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico: del símbolo a la formalización algebraica: aplicación a la práctica docente*. Tesis doctoral no publicada, Universidad Complutense de Madrid.
- Evitts, T. (2004). *Investigating the mathematical connections that preservice teachers use and develop while solving problems from reform curricula*. Tesis de doctorado no publicada. Pennsylvania State University College of Education.
- García, J. (2018). *Conexiones matemáticas y concepciones alternativas a la derivada y a la integral en los estudiantes del preuniversitario*. Tesis de doctorado no publicada. Universidad Autónoma de Guerrero. .
- García-García, J. (2019). Escenarios de exploración de conexiones matemáticas. *NÚMEROS*, 100, 129-133.
- García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2018). Intra-mathematical connections made by high school students in performing Calculus tasks. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(2), 227-252. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1355994> .
- García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2021a). Exploring pre-university students' mathematical connections when solving Calculus application problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-25. <http://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1729429> .
- García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2021b). Pre-university students' mathematical connections when sketching the graph of derivative and antiderivative functions. *Mathematics Education Research Journal*, 33(1), 1-22. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00286-x>.
- Garbín, S. (2005). ¿Cómo piensan los alumnos entre 16 y 20 años el infinito? La influencia de los modelos, las representaciones y los lenguajes matemáticos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(2), 169-193. <https://www.redalyc.org/pdf/335/33580205.pdf>.
- Hohenwarter, M., & Fuchs , K. (2004). Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* , 128-133.
- Jaijan, W., & Loipha, S. (2012). Making mathematical connections with transformations using open approach. *HRD Journal*, 3(1), 91-100. <https://so01.tci-thaijo.org/index.php/HRDJ/article/view/11305>.
- Kelly, A. E., & Lesh, R. A. (2000). *Handbook of research design in mathematics and science education*. Lawrence Erlbaum Associates.

- Kieran, C. (2003). *The Twentieth-century Emergence of the Canadian Mathematics Education Research Community*. In G. S. Kilpatrick (Eds.). *A History of School Mathematics* (pp. 1701 - 1778). National Council of Teachers of Mathematics.
- Lehmann, C. (2004). *Álgebra*. Limusa.
- Mengistie, S. M. (2020). Enhancing Students' Understanding of Linear Equation With One Variable Through Teaching. *International Journal of Trends in Mathematics Education Research*, 3(2), 69-80. <https://doi.org/10.33122/ijtmr.v3i2.148>.
- Mhlolo, M. (2012). Mathematical connections of a higher cognitive Level: A Tool we may use to identify these in practice. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 16(2), 176-191.
- Mollakuqe, V., Rexhepi, S., & Iseni, E. (2021). Incorporating Geogebra into Teaching Circle Properties at High School Level and it's Comparison with the Classical Method of Teaching. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(1), 1-11. <https://doi.org/10.29333/iejme/9283>.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J., & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75-88. <https://doi.org/10.5565/rev/ec/v29n1.435>.
- NCTM. (2013). *Connecting the NCTM process standards and the CCSSM practices*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Navia, L. (2017). Representaciones semióticas del concepto de ecuación lineal con una variable a partir de la implementación de un juego didáctico. *Revista Amazonia Investiga*, 6(11), 38-52.
- Rodríguez-Nieto, C., Rodríguez-Vásquez, F., Font Moll, V., & Morales-Carballo, A. (2021). Una visión desde la red de teorías TAC-EOS sobre el papel de las conexiones matemáticas en la comprensión de la derivada. *Revemop*, 3, 1-32. <http://dx.doi.org/10.33532/revemop.e202115>.
- Singletary, L. M. (2012). *Mathematical connections made in practice: an examination of teachers' beliefs and practices*. Unpublished dissertation. The University of Georgia.
- Steffe, L., & Thompson, P. (2000). *Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements*. En R. Lesh y A. Kelly (Eds.). (267-307): Research design in mathematics and science education