

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS Y DIDÁCTICOS EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS ENTEROS

EPISTEMOLOGICAL AND DIDACTIC OBSTACLES AT THE TEACHING AND LEARNING PROCESS OF INTEGER NUMBERS

Ivone Anahi Patagua, Carina Rosana Renfijes, Silvia Mabel Baspiñeiro
Universidad Nacional de Salta. (Argentina)
ivonepatagua@gmail.com, cariserma@gmail.com, smbasp@gmail.com

Resumen:

La introducción escolar de los números enteros se hace habitualmente en un entorno aritmético apoyándose en la presentación de modelos concretos, existen variadas investigaciones que cuestionan la pertinencia didáctica de este tipo de entrada. A partir del análisis del tema en libros de textos escolares del nivel secundario, la historia y el análisis de los obstáculos producidos en ella, y evidenciados en la escolaridad a través de resultados de experiencias en talleres de formación continua, con docentes del nivel primario, secundario, y de estudiantes avanzados de ambos profesorado, se plantea la reflexión, discusión y acciones de formación sobre la enseñanza del tema motivo de este trabajo.

Palabras clave: *obstáculo epistemológico, obstáculo didáctico, números enteros*

Abstract:

The school introduction of the integer numbers usually takes place in an arithmetic environment supporting the presentation of concrete models; there are several researches that question the didactic relevance of this kind of introduction. Starting from the analysis of the subject, in secondary education textbooks, the history and the analysis of the obstacles produced there, and evidenced in schooling through the results of experiences in continuing training workshops, with primary and secondary school teachers, and advanced students of both teacher groups, arises the reflection, discussion and training actions on the teaching of the subject studied in this research.

Keywords: epistemological obstacle, didactic obstacle, integer numbers

■ Introducción

Un obstáculo epistemológico se evidencia en el estudio de la historia de la matemática. La comunidad de educadores matemáticos debe tomar conciencia de él para evitar su réplica en el saber enseñado a los alumnos. En este sentido, con la necesidad de producir buenas propuestas escolares desde la relación con los obstáculos epistemológicos, se analizan los obstáculos didácticos relativos a la enseñanza de un tema matemático.

Los libros de textos son un medio utilizado por los docentes, los cuales tienen implícita una epistemología proveniente del autor o autores del mismo, que con frecuencia dista del enfoque de construcción del conocimiento propuesto en documentos curriculares tanto provinciales como nacionales de nuestro país. Es por esto que constituyen un recurso valioso para la investigación de los obstáculos didácticos vinculados a las actividades que proponen, y que a posteriori tienen posibilidad de ser trabajadas por los alumnos.

La introducción de los números enteros, especialmente a través del uso de libros de textos en el aula, suele relacionarse con modelos concretos. Este enfoque disminuye la importancia del proceso de unificación de la recta numérica, al considerar los números negativos como una extensión de los números naturales, en lugar de reconocerlos como una entidad distinta.

La entrada a los números enteros desde el trabajo con libros de textos y áulico, muchas veces, está relacionada a modelos concretos, restando importancia al trabajo de unificación de la recta numérica, con la concepción de los números negativos como prolongación de los números naturales, y no como una distinción.

En este trabajo, se examina la influencia de los libros de texto en las tareas áulicas, destacando su impacto en ausencia del reconocimiento de los obstáculos epistemológicos. Esto nos lleva a reflexiones y discusiones críticas sobre la enseñanza actual de la entrada a los números enteros, basadas en el análisis de obstáculos históricos, la evaluación de libros de texto de educación secundaria, y la exploración de las concepciones emergentes de profesores en el entorno de un aula taller.

■ Marco teórico

Una concepción tiene un campo de problemas en el que funciona, y otro en el que no por ampliación del mismo, esto obliga a realizar una adaptación a nuevas situaciones. El sujeto puede rechazarla sin hacerla evolucionar, convirtiéndola en un obstáculo. Por esta razón, la noción de concepción engloba a la de obstáculo.

En este sentido, se asume la importancia del estudio de los números enteros, teniendo como punto de partida la definición de obstáculo epistemológico, siendo aquellos que están relacionados al propio conocimiento, evidenciados por medio de un análisis histórico, y considerados como parte del significado del concepto. Por lo tanto, encontrarlos y superarlos es una condición necesaria para la construcción de una concepción relevante (Godino, 1991).

Por lo tanto, resulta importante estudiar la historia del concepto con el fin de identificar aquellos avances y retrocesos que se produjeron en el camino hacia su formalización, así como las dificultades que surgieron, las cuales pueden significar una evidencia de posibles obstáculos epistemológicos (Cornu, 1991).

Como consecuencia, al estudiar el desarrollo histórico de las formas de negatividad (noción de los números negativos), se evidencian diversos aportes de los obstáculos epistemológicos.

A través de estudios y replanteamientos propuestos por Glaeser (1981), Duroux (1982) y Schuring (1986), se destacan los siguientes:

- O1: los números son interpretados como magnitudes.
- O2: falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas.
- O3: dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas. Por ejemplo, las soluciones negativas a las ecuaciones eran cantidades ficticias que se concebían como un defecto en el enunciado del problema.

- O4: dificultad para unificar la recta real. Desde una concepción de los negativos y los positivos en términos antinómicos, de naturaleza distinta.
- O5: distinción entre cantidad y número.

Los obstáculos didácticos están ligados al sistema de enseñanza en que se encuentran inmersos nuestros alumnos, emergentes de las elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza (Brousseau, 1983), lo que hace necesario reflexionar sobre ellos, para poder evitarlos. Los errores de los alumnos se relacionan con los mismos, a través de dificultades en las propuestas áulicas generando nociones falsas, impidiendo avanzar en el conocimiento, y en la construcción del significado matemático de un concepto.

De acuerdo con Cid (2015), posicionada desde la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau, la existencia de obstáculos epistemológicos tiene consecuencias inmediatas en la planificación de la enseñanza de un determinado contenido, asociado a un obstáculo didáctico. Conocer estos obstáculos es imprescindible para construir “buenas” génesis escolares de las nociones matemáticas, así como de las condiciones didácticas que los producen.

Por lo que, la entrada para la noción de números negativos a través de modelos concretos, con la intencionalidad de modelizar el contexto natural, cultural y social donde los estudiantes conviven, según Cid (2003), se contrapone a su génesis histórica al sostenerse en el modelo algebraico. Esto plantea una complejidad que habita en el aula en la transmisión cultural de los números enteros y los procesos de construcción de los estudiantes sobre esos números.

En la planificación de la enseñanza, los docentes tienen un apoyo fundamental, el libro de texto o texto escolar, entendido como:

Un objeto cultural, un medio mediante el cual se construye el consenso educativo. Sirve por tanto para introducir una ideología y para legitimar contenidos y formas específicas del conocimiento escolar. En este sentido, el análisis del libro de texto o texto escolar es un recurso fundamental para la investigación educativa en la medida en que brinda visiones institucionalizadas del conocimiento que con frecuencia suelen ser distantes de los estudiantes. (Cantoral *et al.*, 2015, pp. 9-10)

A su vez, en el trabajo sobre cuestiones de enseñanza, se requiere la colaboración entre investigadores y docentes para la construcción conjunta en la identificación de problemas comunes explorados con los aportes de unos y otros, y desde prácticas y posicionamientos diferentes según Sensevy (2011) citado por Sadovsky *et al.* (2016).

■ Metodología

Se emplea una metodología de tipo cualitativa. Según Arias (2006) y Tamayo y Tamayo (2000) el trabajo se clasifica como documental, pues se analizan libros de textos escolares de uso frecuente por la mayoría de los docentes de educación secundaria. Además, se considera interactiva y reflexiva debido a la participación de los investigadores en un aula taller, con el objetivo de estudiar las concepciones, producciones y reflexiones emergentes de los participantes sobre los posibles obstáculos didácticos, su relación con los epistemológicos en la enseñanza de los números enteros, y la incidencia de los libros de textos escolares en las actividades áulicas propuestas.

Para el análisis documental de los libros de textos escolares, se estudió la entrada a los números enteros que realizan cada uno, investigando las actividades que están propuestas y su relación con los modelos concretos. Se evaluó la presencia de actividades con recta numérica, con la finalidad de identificar la presencia de obstáculos epistemológicos, y de posibles obstáculos didácticos en la obra, lo que condujo a realizar una categorización de los mismos según los resultados emergentes.

Las concepciones, producciones y reflexiones de participantes de un aula taller, emergieron de una sesión en la que concurrieron docentes de Matemática de educación primaria y secundaria en actividad, así como estudiantes avanzados del profesorado en Matemática. Esta sesión duró cuatro horas, y se dividió en tres momentos. En el primer momento, se reflexionó sobre las actividades propuestas para la enseñanza de números enteros en sus aulas. Se analizaron también, las distancias y proximidades entre el trabajo de las docentes de educación primaria y

secundaria, con el propósito de poner en discusión posibles rupturas emergentes en la continuidad educativa escolar. En el segundo momento, se examinaron los obstáculos epistemológicos y su relación con los errores presentes en las producciones de los estudiantes, relacionados con el orden, la infinitud, el opuesto de un número y el distanciamiento con la unificación de la recta numérica. La sesión finalizó con el tercer momento de producción y cierre, donde los participantes generaron propuestas de enseñanza para la introducción de números enteros, promoviendo la articulación entre la primaria y secundaria y teniendo en cuenta los obstáculos previamente analizados. A lo largo de toda la sesión, se fomentó un espacio de debate, diálogo y reflexión entre diversos actores del sistema educativo; docentes en formación continua de diversos ámbitos y estudiantes en formación inicial; propiciando el intercambio de problemáticas subyacentes al tema y estimulando el trabajo de articulación.

Desarrollo de algunos ejemplos

En el desarrollo del análisis documental, se estudió los obstáculos epistemológicos que se visibilizan, y los posibles obstáculos didácticos emergentes de ellos, por lo que, en primer lugar, se realizó el análisis de tres libros de textos, dos de ellos de uso frecuente por la mayoría de los docentes y otro cuya autoría es de un referente didáctico.

En segundo lugar, se recopilaron las concepciones de los docentes y alumnos avanzados del profesorado en educación secundaria en matemática.

Análisis de los libros de texto

En el libro 1, cuya edición corresponde al 2015, bajo el capítulo 4: Números enteros, se realiza una entrada a los números enteros a través de variadas actividades sobre débitos y créditos, temperaturas, tabla de posiciones de fútbol, intercalando con parte teórica donde expresa que un número natural con un signo menos adelante se llama opuesto de ese número natural, conceptualizando los números enteros como los naturales, el cero y los enteros. En actividades siguientes se inicia el trabajo con recta numérica para ubicar posterior y anterior, opuestos y algunos ejercicios de orden. En un principio los números son interpretados como magnitudes (O1) dado el trabajo con modelos concretos, perdiendo sentido el signo menos (D1) y presentando una dificultad para establecer el orden (D3), sin embargo, se vislumbra a posteriori, una intencionalidad del trabajo intramatemático desde la recta real, lo que permite abordar las propiedades y la extensión desde el campo de los números naturales. Por ejemplo, en la Figura 1, se solicita la ubicación de temperaturas según el criterio del alumno, perdiendo de vista el orden con el que lo debe realizar.

Figura 1. Tarea del libro 1.

5. Usá esta información y ubicá en el termómetro las temperaturas máximas y mínimas de martes, miércoles, jueves y viernes en Ushuaia.

HOY lunes	Martes		Miércoles		Jueves		Viernes	
Tarde/Noche	Mañana	Tarde/Noche	Mañana	Tarde/Noche	Mañana	Tarde/Noche	Mañana	Tarde/Noche
Temp 21 hs: 1 °C	Min: -4 °C Máx: 3 °C	Min: -4 °C Máx: 1 °C	Min: -2 °C Máx: -1 °C	Min: -4 °C Máx: 0 °C				

Fuente: hacer matemática 1/2 – Editorial Estrada.

El libro 2, fue editado en el año 2017, donde el capítulo 2: Números Enteros, aborda el trabajo del campo numérico. Le antecede un capítulo: Números Naturales, iniciando con la presentación teórica del conjunto de los Números Naturales, luego citan que, para expresar deudas, subsuelos y temperaturas bajo cero, estos números no son suficientes, por lo tanto, es necesario agregar números negativos, dando lugar a interpretaciones de los números negativos como magnitudes (O1) y sin cobrar sentido (O3). Luego de esto, define al conjunto de los Números enteros (Z), como el formado por los naturales, el cero y los negativos.

A continuación, se proponen ocho actividades en las que prioriza una entrada a Z a través de situaciones concretas, pidiendo colocar el número entero que representa cada una de ellas. Aquí se espera que se asocien las mismas por debajo de un nivel de referencia con números negativos, tal como lo expresa en la teoría: las “pérdidas”, “deudas”, “temperaturas bajo cero”, “metros bajo el nivel del mar”, “siglos antes de Cristo”, etc. En estos casos, es el criterio del alumno basado en su experiencia, el que interviene en su respuesta, lo que conduce a que los estudiantes coloquen el número que ellos creen debe responder; si bien por lo general arriban a respuestas correctas, lo hacen por asociación o intuición de lo positivo y lo negativo a diferentes situaciones, carentes de sentido por no ser construidas en un modelo matemático que las justifique (O3).

La definición de la recta numérica se presenta a posteriori, con el correspondiente criterio para ordenar números enteros y sus representaciones. Esto continúa con la representación de rectas numéricas para completar números enteros positivos y negativos, a partir de algunos ubicados, lo cual produce una dificultad para ampliar y extender el trabajo con los números naturales desde la unificación de la recta real (O4). Este enfoque implica trabajar con una idea ya acabada, lo que puede dificultar su ampliación y extensión.

Del Libro 2, emergen obstáculos didácticos dado que el signo menos sin sentido (D1), y a su vez se impide el trabajo con propiedades de números enteros desligadas del modelo concreto (D2), lo cual debe considerarse a la hora de producir buenas propuestas de enseñanza. Por ejemplo, en la Figura 2 se busca que los noventa y cinco años antes de Cristo se asocie al -95 .

Figura 2. Tarea del libro 2.

1. Escribí un número entero que represente cada situación.

a. Un alpinista está a doscientos cincuenta metros de altura. →

b. Se hace un retiro de quinientos pesos de una cuenta bancaria. →

c. Un hecho ocurrió noventa y cinco años antes de Cristo. →

d. Un ascensor está en el cuarto subsuelo. →

e. Un buzo se encuentra a cuarenta y tres metros de profundidad. →

Fuente: matemática 1. Serie llaves.

El libro 3, editado en el año 2017, inicia el trabajo con los números enteros a través de dos problemas cotidianos como distancias sobre y bajo el nivel del mar, otro de naipes donde los rojos son aquellos que suman puntos a favor y los negros en contra, este tipo de actividades obstaculizan el trabajo con negativos, dando lugar interpretaciones

de los mismos como magnitudes (O1), sin cobrar sentido (O3), y produciendo una dificultad para ampliar y extender el trabajo con los números naturales desde la unificación de la recta real (O4).

A posteriori bajo el título de números positivos y números negativos, se presenta el concepto de números enteros explicitando la conformación de los mismos como el conjunto formado por los negativos (opuestos a los positivos), el cero y los positivos, y cuáles son mayores o menores a cero. Se aclara que el número entero positivo puede llevar o no el signo +.

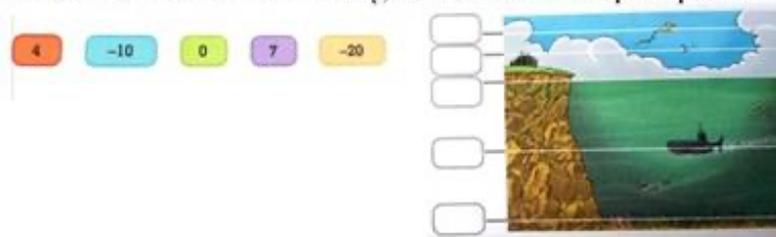
En forma coloquial, bajo el subtítulo “Los enteros en la recta numérica. Comparación”, los autores definen textualmente que los enteros positivos se representan a la derecha del 0, y los negativos a la izquierda. A su vez, se destaca que un número y su opuesto están a la misma distancia del 0, y, además, si un número es menor que otro, está ubicado más a la izquierda en la recta numérica.

Las actividades que prosiguen a continuación son: de asociación con modelos concretos para representar con un número entero, situaciones escritas en forma coloquial como: La temperatura es de 3 grados bajo cero, o hay un arrecife de coral a 18 m bajo el nivel del mar, y otra de representación gráfica sobre un acantilado, el mar y elementos inmersos en el paisaje descrito, para decidir cuál del listado de números propuestos es adecuado para relacionar los elementos y su ubicación respecto al nivel del mar.

Las únicas actividades intramatemáticas en esta sección, son de comparación entre dos números enteros, y de identificación y escritura de consecutivos, sin recta real. Por lo que, se infiere que el signo menos carece de sentido (D1), provocando una dificultad para construir la propiedad de orden (D3). Por ejemplo, en la Figura 3, se reflejan los obstáculos mencionados, dado que se asocia desde el sentido común.

Figura 3. Tarea del libro 3.

2. Escribí en las casillas de la imagen los números que aparecen en los carteles



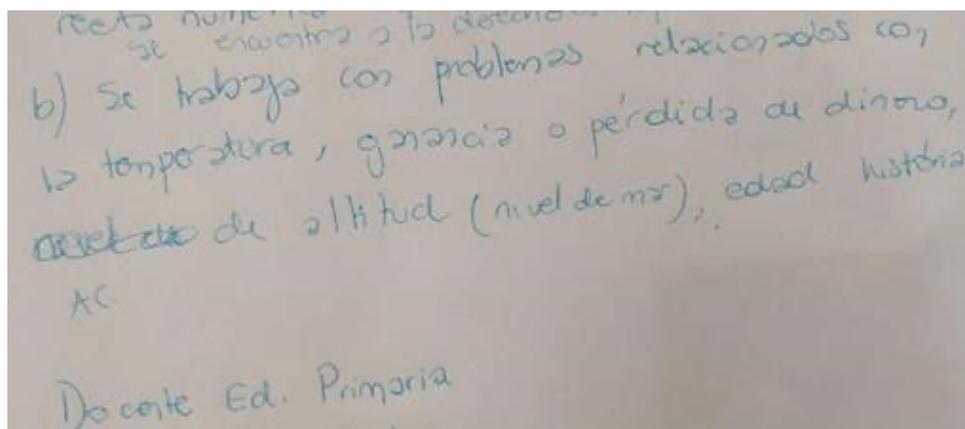
Fuente: Entre números I. Editorial Santillana.

Trabajo en el aula taller con docentes

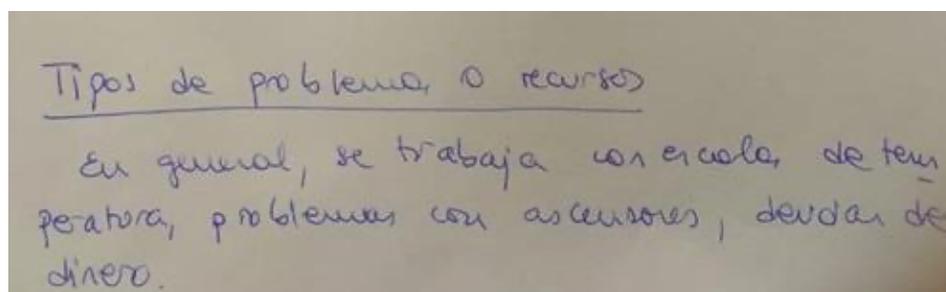
Del trabajo de diagnóstico en un aula taller con docentes y estudiantes avanzados de carreras de profesorado en Matemática en educación primaria y educación secundaria, emergen variadas respuestas, teniendo en cuenta su trayectoria personal escolar y su formación inicial. Se focalizará el análisis en detectar aquellas concepciones de los participantes en relación al trabajo con números enteros.

Una de las consignas dadas fue: Teniendo en cuenta su trayectoria personal escolar y su formación inicial: ¿Con qué tipo de problemas, recursos y representaciones (medios) se trabaja la enseñanza de los números enteros en el nivel secundario?

Algunas de las respuestas obtenidas fueron:

Figura 4. Respuesta docente de educación primaria.

Fuente: producción de los asistentes al aula taller.

Figura 5. Respuesta docente del nivel secundario.

Fuente: producción de los asistentes al aula taller.

Estas respuestas evidencian que los docentes coinciden en la idea de introducir los números enteros a través de modelos concretos, que incluyen interpretaciones del signo negativo relacionadas con conceptos como “deudas”, “temperaturas bajo cero”, o “para indicar una posición en el tiempo a.C.”, los cuales son extraídos directamente de los libros de texto. Esto genera a posteriori la presencia de obstáculos epistemológicos, como las asociaciones identificadas en los textos escolares analizados, generando dificultades para dar sentido a las cantidades negativas (O3), y a la unificación de la recta real (O4).

La implementación de actividades de este tipo al inicio conduce a la asociación de respuestas con creencias y subjetividades respecto a los números positivos y negativos, donde el signo menos carece de sentido (D1) y se aparta del estudio de propiedades. En ocasiones, algunas de estas propiedades se presentan de manera coloquial (D4), careciendo de una construcción y significación adecuadas (D2, D3), lo que genera posteriormente dificultades en el trabajo con las operaciones.

■ Resultados

Análisis de libros de textos, concepciones de los participantes, propuestas de enseñanza

Se presenta un resumen del análisis producido, teniendo como referencia los posibles obstáculos didácticos, D1: El signo menos carece de sentido, D2: No es posible trabajar con propiedades de números enteros desligadas del

modelo concreto, D3: Dificultad para construir la propiedad de orden, D4: El opuesto de un número carece de sentido.

Tabla 1. *Resumen obstáculos epistemológicos - posibles didácticos*

	Libro1 Ed. 1	Libro 2 Ed.2	Libro 3 Ed. 3	Concepciones Participantes
Motivo de elección	El autor es un referente didáctico	De uso común por docentes	De uso común por docentes	Concepciones Coincidentes
Obstáculos epistemológicos	O1	O1, O3 y O4	O1, O3 y O4	O3 y O4
Posibles Obstáculos Didácticos	D1 y D3	D1 y D2	D1 y D3	D1, D2, D3, D4

Fuente: elaboración propia.

Los libros de texto analizados y las concepciones de los participantes evidenciados en la etapa diagnóstica, plantean una entrada a los números enteros a través de modelos concretos: de neutralización, problemas de temperatura, de haberes y débitos, donde se pretende que los estudiantes intuyan el comportamiento del nuevo campo numérico, algunas de sus propiedades, y las operaciones, a partir del manejo de los enteros contextualizados.

Las propuestas de enseñanza emergentes a posteriori del análisis de los libros de textos, los obstáculos epistemológicos y los posibles didácticos, intentaron franquear los mismos desde un trabajo intramatemático de ampliación de la recta numérica desde los números naturales a los enteros, propiciando una construcción del conocimiento y el estudio de las propiedades desde la articulación del nuevo saber con el anterior tomado como instrumento. A los fines de este trabajo, las propuestas emergentes del aula taller no serán presentadas.

■ Resultados Preliminares

Desde los aportes de la didáctica de la matemática, se evidencian obstáculos epistemológicos-didácticos presentes en la historia de la matemática, que persisten en los libros de texto y en las prácticas docentes, generando errores reproducibles y persistentes.

Los libros de texto, utilizados como herramienta por los docentes para enseñar, influyen en las decisiones didácticas que toman para sus propuestas en el aula. No obstante, es necesario realizar un análisis de las actividades y comprender la intencionalidad de cada una de ellas para incorporarlas de manera efectiva en el entorno educativo.

Después de analizar los libros de texto escolares, se observa una coincidencia con las concepciones de los participantes del aula taller. Se destaca que las actividades relacionadas con modelos concretos para trabajar con números enteros son las más utilizadas, debido a su relación con la vida cotidiana. Antes del trabajo con los obstáculos y posibles errores, los participantes no habían analizado la raíz de estos errores. Lo que nos hace reflexionar sobre las propuestas de formación y las elecciones que se realizan, dado que existen diversas investigaciones sobre los obstáculos asociados a los modelos concretos, como las realizadas por Cid (2004, 2015) o Iriarte Bustos et al. (1990).

Lo que evoca un interrogante planteado por Lebrun et al. (2004) citado por Lebrun *et al* (2012), “¿Acaso la misión de las casas editoriales es atenuar las carencias de formación inicial y continua, cuya responsabilidad es del Estado, universidades y comisiones escolares?” (pp. 528).

Esto nos lleva a reconsiderar el trabajo con los docentes, con los formadores de formadores, y por supuesto con los estudiantes en formación, desde una colaboración reflexiva y continua (Sensevy, 2011, citado por Sadovsky *et al*, 2016), repensando sus prácticas educativas.

■ Conclusiones

La colaboración entre investigadores y docentes para trabajar cuestiones de enseñanza, con la finalidad de generar espacios de reflexión y análisis de una actividad, de una propuesta, de una práctica, de libros de textos escolares de uso frecuente, constituye una ocasión de profundización de conceptos, penetrando en su desarrollo, obstáculos y evolución histórica.

En las propuestas de enseñanza presentadas, se observó una evolución, con respecto a las concepciones de las docentes evidenciadas en el diagnóstico, a través de un trabajo intramatemático, teniendo en cuenta los obstáculos epistemológicos estudiados. El trabajo colaborativo entre docentes e investigadores es una acción para profundizar desde la formación continua, dado que se considera un paso importante, y necesario para el estudio y análisis de propuestas de enseñanza, nutridas de fundamentos.

En este trabajo, se ha presentado parte de un recorrido de estudio sobre los obstáculos epistemológicos y su incidencia en los obstáculos didácticos, que continúan persistiendo en nuestro sistema escolar. Esto es especialmente evidente en los recursos esenciales para el profesor, como el libro de texto, que a menudo influyen en la manera en que circulan las concepciones matemáticas en el aula, debido a que las propuestas de enseñanza no distan en el orden o en las actividades que presentan los libros de texto.

Lo que nos enfrenta a un desafío, la colaboración situada y continua entre docentes e investigadores. Esto implica trabajar con todos los docentes de una institución escolar de educación primaria, secundaria e institutos de formación docente, estableciendo acuerdos y planes de trabajo sostenidos en el tiempo.

■ Referencias Bibliográficas

- Arias, F. (2006). *El proyecto de investigación. Introducción a la metodología científica*. Caracas, Venezuela: Episteme.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 165-198.
- Cantoral, R., Montiel, G. & Reyes - Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 9-28.
- Cid, E. (2004). La investigación didáctica sobre los números negativos: estado de la cuestión. En E. Palacián, E. Cid, J. Gascón, C. Batanero, C. Díaz y C. Azcárate (eds.), *Aspectos didácticos de Matemáticas*. 9 (pp. 35-80). Zaragoza: I.C.E. de la Universidad de Zaragoza.
- Cid, E. (2015). *Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números enteros*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Zaragoza. Zaragoza, España.
- Cornu, B. (1991). Limits. In D. Tall. (Ed.) *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 153-165). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Glaeser, G. (1981), Épistémologie des nombres relatifs, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2(3), 303-346.
- Godino, J. (1991). Hacia una teoría de la Didáctica de Matemática. En A. Gutiérrez (Ed). *Área de conocimiento: didáctica de la Matemática* (pp. 105-141). Barcelona: Síntesis.

- Iriarte Bustos, M. D. y Vargas-Machuca, I. (1990). Los números negativos y su larga y azarosa historia. En J.L. González, M.D. Iriarte, M. Jimeno, A. Ortiz, E. Sanz, A. Ortiz e I. Vargas-Machuca (Eds), *Números Enteros* (pp. 21-58), Madrid: Síntesis.
- Lenoir, Y., Lebrun, Y. & Hasni, A. (2012). Análisis de textos escolares: Algunos fundamentos y desafíos a tener en cuenta, *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 5(3), 11-30.
- Tamayo y Tamayo, M. (2000). *El proceso de la investigación científica*. México: Limusa.
- Sadovsky, P., Itzcovich, H., Quaranta, M., Becerril, M. y García, P. (2016). Tensiones y desafíos en la construcción de un trabajo colaborativo entre docentes e investigadores en didáctica de la matemática. *Educación Matemática*, 28 (3), 9-29.