

UN ACERCAMIENTO AL ESTUDIO DE ÓRDENES DE VARIACIÓN CON EL USO DE UN VIDEOJUEGO

AN APPROACH TO THE STUDY OF VARIATION ORDERS BY USING A VIDEO GAME

Francisco Agustín Zúñiga Coronel
Universidad de Los Altos de Chiapas. (México)
maestro_coronel@hotmail.com

Resumen:

En este trabajo se exponen algunos argumentos sobre el estudio de órdenes de variación con el uso de un videojuego. Se parte de la problemática sobre la dificultad que tienen estudiantes de nivel superior al analizar ideas variacionales en fenómenos físicos. Se consideran elementos de un sistema de referencia variacional para el diseño de una situación de aprendizaje conformada por la simulación de una montaña rusa, comportamientos y gráficas del movimiento, tablas y predicciones. Las actividades se implementaron con diez estudiantes de ingeniería civil de la Universidad de Los Altos de Chiapas. Se concluye que, los estudiantes relacionan la velocidad con la altura y la velocidad con el tiempo. Reconocen solo un primer orden de variación al argumentar que el tren sube y después baja sobre la montaña rusa. Presentan dificultades en articular un segundo y tercer orden de variación.

Palabras clave: sistema de referencia variacional, órdenes de variación, videojuego.

Abstract:

This research presents some arguments on the study of variation orders with the use of a video game. It starts from the difficulty of higher education students when analyzing variational ideas in physical phenomena. Elements of a variational reference system are taken into account for the design of a learning situation formed by the simulation of a roller coaster, behaviors and movement graphs, tables and predictions. The activities were implemented with ten civil engineering students at the University of Los Altos de Chiapas. It is concluded that students relate speed with height, and speed with time. They recognize only a first order of variation by arguing that the train goes up and then goes down on the roller coaster. They present difficulties in articulating a second and third order of variation.

Keywords: variational reference system, variation orders, video game.

■ Introducción

El Pensamiento y Lenguaje Variacional (PyLVar) se encarga del estudio del cambio para la construcción de objetos matemáticos a partir de prácticas variacionales. Una de las problemáticas que plantea es la dificultad que tienen estudiantes de nivel superior al analizar ideas variacionales en fenómenos físicos. Esta dificultad se debe a que en el contexto escolar se priorizan procesos algorítmicos que se direccionan a un trabajo algebraico, donde las ideas variacionales no se reconocen (Vrancken & Engler, 2014; Cabrera & Zaldívar, 2021). Esto implica una limitada comprensión de los fenómenos físicos estudiados.

De acuerdo con Alanís & Salinas (2011):

En la enseñanza de la matemática, es común encontrar una presentación del Cálculo como una teoría lógicamente estructurada y expresada en un lenguaje formal. Una estructuración tal se observa en los índices de múltiples libros de texto: números reales, funciones, límites, continuidad, derivada, aplicaciones de la derivada, integral y aplicaciones de la integral. Cada capítulo se desarrolla tomando en cuenta la información que el capítulo anterior se encargó de establecer [...] una presentación así, deja la impresión de que el estudiante entiende un concepto con solo darle su definición, en términos de otros conceptos previamente definidos, y que comprende un resultado al presentarle su demostración; esto es, su deducción lógica a partir de otros resultados previamente demostrados; y que tal entendimiento y comprensión, permitirán al estudiante aplicar las matemáticas (p. 2).

Existe gran diversidad de investigaciones centradas en el PyLVar, tal es el caso de García y Dolores (2016) donde presentan un diseño de una situación de aprendizaje para la comprensión de la derivada desde la variación, con la transición entre registros de representación semiótica. En el trabajo de Caballero (2018) se analiza el llenado de recipientes mediante un sistema de referencia variacional. Por su parte, Hernández (2019) estudia el comportamiento de un péndulo simple (contexto determinista) y un péndulo doble articulado (contexto caótico). El análisis de circuitos eléctricos mediante un sistema de referencia variacional lo establece Zúñiga (2020), Zúñiga, Muñoz y Morales (2021) y Zúñiga (2022).

En la búsqueda de fenómenos de variación continua nos encontramos con el comportamiento de un móvil al simular “montañas rusas” en un videojuego. Entonces, se propone el uso del *Roller Coaster Tycoon 3* que modela el comportamiento de un tren que permita el análisis de órdenes de variación. Por tanto, para abordar la problemática se retoman elementos de un sistema de referencia variacional (Caballero, 2018). Desde las nociones de causalidad y temporización y los órdenes de variación en situaciones de predicción. Para ello se establece la pregunta: ¿cuáles son los argumentos que alumnos de ingeniería civil generan al estudiar órdenes de variación con el uso de un videojuego? Planteándose el objetivo de analizar órdenes de variación al interactuar con simulaciones de secciones de “montañas rusas”.

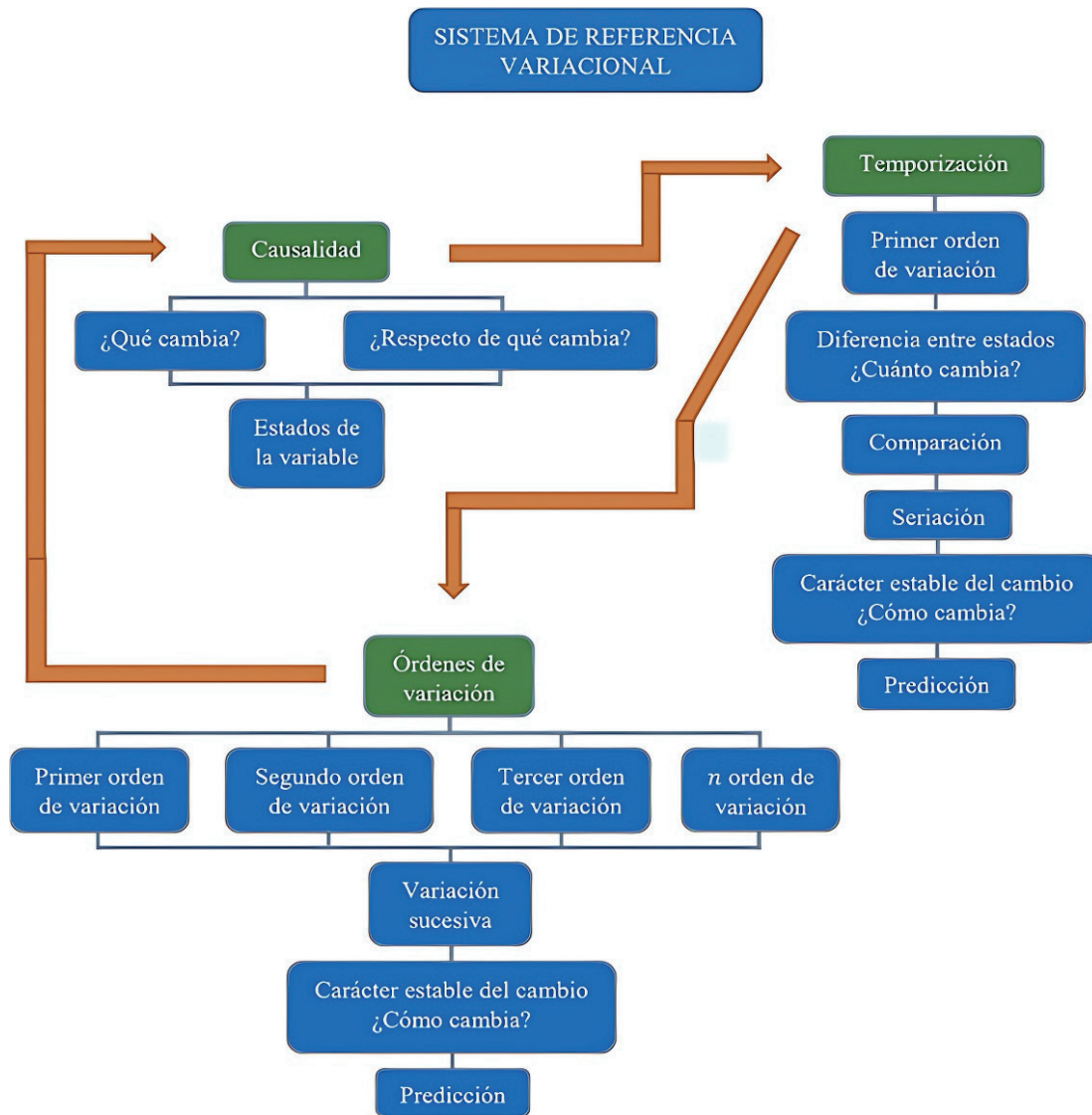
■ Aspectos teóricos

El PyLVar estudia fenómenos físicos donde “su objeto principal de estudio son los fenómenos de cambio y su entendimiento” (Vrancken & Engler, 2014, p. 451). Los constructos que se estudian en esta línea de investigación tienen su desarrollo con las ideas de Newton, específicamente, con la noción del *Prædicere*. Esta noción se asume como la acción y efecto de predecir el estado ulterior de una variable de acuerdo con el estado de facto (estado inicial) y sus variaciones. Por tanto, el *Prædicere* se reconoce como una práctica social, es decir, es lo que orienta a querer predecir (Cantoral, 2019).

Para el estudio de cambio y la variación se requiere de un sistema de referencia variacional (figura 1). Este sistema permite el reconocimiento y la organización del cambio en situaciones de predicción (Caballero, 2018). Las dos nociones fundamentales de dicho sistema son: la causalidad y la temporización. La causalidad se refiere a la relación entre variables (qué cambia y respecto de qué cambia) y la temporización al reconocimiento de estados intermedios en dichas variables. Los órdenes de variación son cambios en los estados de las variables y en sus variaciones, que se determinan a partir de diferencias. Como señala Caballero (2018) “el primer orden consiste en la medición del

incremento en el valor de la variable, el segundo orden en la medición del incremento en el incremento del primer orden de variación, y así sucesivamente para órdenes superiores [...]” (p. 42). La variación sucesiva es la articulación de dos o más ordenes de variación, donde se reconoce el carácter estable del cambio (cómo cambia) para predecir estados futuros del fenómeno.

Figura 1. Elementos de un sistema de referencia variacional con base en prácticas.



Fuente: Zúñiga (2022, p. 198)

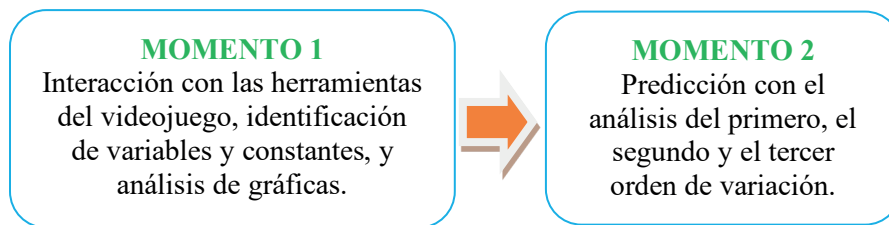
El análisis comienza con la relación entre dos variables, seguido del reconocimiento de estados intermedios donde se identifiquen estados posteriores y anteriores. Esta identificación permite calcular diferencias, que de acuerdo con Vrancken & Engler (2014) “las diferencias dan cuenta de cuánto cambia la variable en un proceso de variación” (p. 451). Estas diferencias permiten comparar un estado posterior respecto a un estado anterior. Si el estado posterior es mayor que el anterior la variable aumenta y si es menor la variable disminuye. Al obtener varias comparaciones se analizan en conjunto (seriación) y se reconoce el carácter estable del cambio (regularidad en el comportamiento del cambio). Esta regularidad permite predecir estados futuros. Entonces, se toma en cuenta la evolución de las prácticas variacionales que comienza en comparar, siguiendo con seriar, para luego predecir (Reyes, Palmeri &

Cantoral, 2019). Lo anterior corresponde al análisis de un primer orden de variación. Posteriormente se analiza un segundo orden de manera análoga. Se continúa con el análisis del siguiente orden de variación y por último la variación sucesiva con el reconocimiento del carácter estable del cambio para predecir estados futuros con mayor precisión.

■ Aspectos metodológicos

El videojuego, de acuerdo con Valcárcel (2013), es considerado como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Se elige el *Roller Coaster Tycoon 3* para su uso en el aula en un entorno virtual. Este videojuego es considerado de simulación donde se construyen secciones de “montañas rusas” en un parque de diversiones. Se propone que los órdenes de variación se reconocen al analizar el comportamiento de un móvil (tren) sobre la “montaña rusa”. Entonces, se diseña una situación de aprendizaje centrada en el estudio de órdenes de variación con el uso de un videojuego, conformada por dos momentos (ver figura 2).

Figura 2. Momentos de la situación de aprendizaje

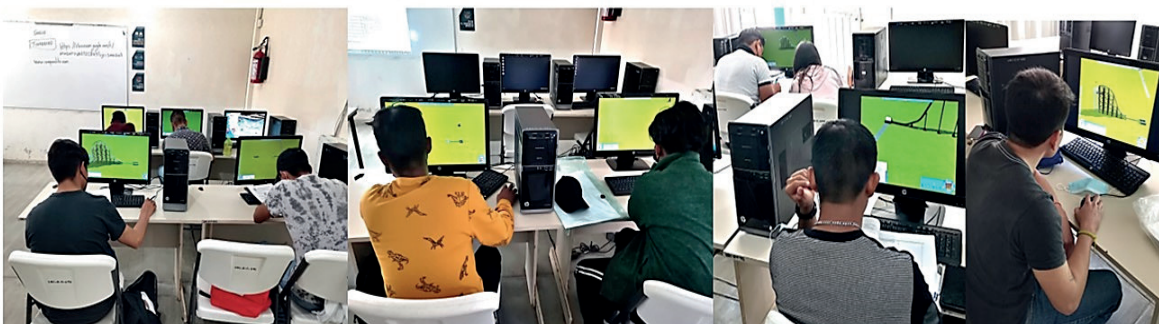


Fuente: Elaboración propia

En el momento 1 se interactúa con las herramientas del videojuego que permitan construir secciones de “montañas rusas”. En este momento se reconoce la causalidad y la temporización al analizar gráficas de movimiento. Una vez construida la “montaña rusa” se reconocen variables y constantes. Se presentan algunas gráficas con la intención que los estudiantes las interpreten y elijan cuál de ellas representa el comportamiento del móvil. En el momento 2 se analizan órdenes de variación a partir de la gráfica elegida en el momento 1 y se analizan tablas de datos numéricos. Se hacen comparaciones y se analizan en conjunto (seriación) para reconocer el carácter estable del cambio, con la intención de predecir la altura del móvil en un tiempo determinado.

Para la implementación de la situación de aprendizaje se equipó un laboratorio con diez computadoras. En cada una de ellas se instaló el videojuego: *Roller Coaster Tycoon 3*. Los participantes fueron diez estudiantes de ingeniería civil de la Universidad de Los Altos de Chiapas, los cuales se les proporcionó hojas de trabajo con las actividades (figura 3).

Figura 3. Estudiantes de ingeniería civil



Fuente: Elaboración propia

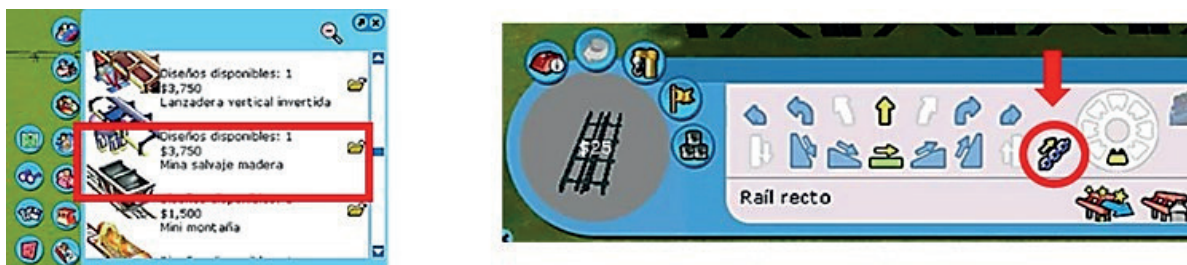
■ Discusión de los resultados

La discusión de algunos resultados de la situación de aprendizaje se presenta a continuación:

Momento 1

Al inicio se espera que los estudiantes ejecuten el videojuego y que interactúen con sus herramientas. Se les pide que construyan una “montaña rusa” con el tren llamado “Mina salvaje madera” (figura 4A). Posteriormente construyan una estación y activen la cadena elevadora (figura 4B).

Figura 4. A) Elección del tren (a la izquierda); **B)** Activación de la cadena elevadora (a la derecha)



Fuente: Elaboración propia

Seguido se les pide que construyan una montaña rusa con la secuencia presentada en la tabla 1.

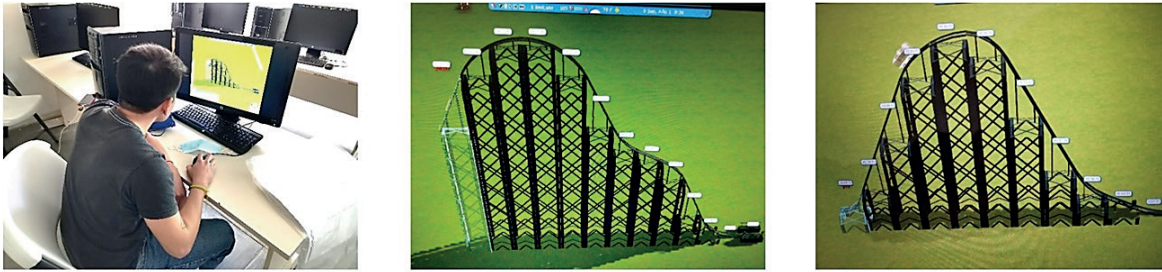
Tabla 1. Secuencia de construcción

Número de raíles	Tipo de Raíl
2	Raíl Recto
2	Raíl con inclinación suave (subida)
2	Raíl con inclinación abrupta (subida)
1	Raíl con inclinación suave (subida)
1	Raíl Recto
1	Raíl con inclinación suave (bajada)
1	Raíl con inclinación abrupta (bajada)

Fuente: Elaboración propia

Los estudiantes siguen la secuencia y construyen algunas montañas rusas, como se muestra en la figura 5. Al visualizar las construcciones nos percatamos que tienen diferente curvatura y están incompletas, con la intención de predecir la altura del móvil.

Figura 5. Resultados de la secuencia



Fuente: Elaboración propia

Al analizar el comportamiento del móvil reconocen las siguientes variables: velocidad, potencia, altura y aceleración; y como constantes: el tiempo, la estabilidad, el recorrido, la fuerza, la resistencia y el clima (ver figura 6). Se presentan dificultades al reconocer que las constantes no cambian. Por ejemplo, los colores de la estructura y del terreno o el tipo de tren.

Figura 6. Reconocimiento de variables y constantes

Variables	Constantes
Velocidad	Tiempo
Potencia	Estabilidad
Altura	Recorrido

Variables	Constantes
Velocidad	Fuerza del Carrito
Altura	resistencia de la estructura
Aceleración	el clima

Fuente: Elaboración propia

Al cuestionar sobre qué variables están relacionadas uno de ellos responde que la velocidad respecto al tiempo y otro indica que la velocidad respecto a la altura (figura 7).

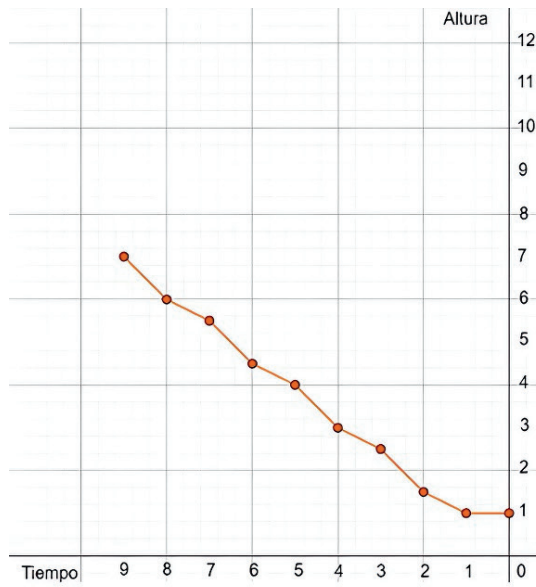
Figura 7. Relación entre variables

Responde lo siguiente:	¿Qué variables están relacionadas? La Velocidad del Carrito, La Altura
¿Qué variables están relacionadas? Velocidad y potencia	¿Cuál cambia? La velocidad
¿Cuál cambia? Velocidad	¿Respecto de cuál cambia? La Altura.
¿Respecto de cuál cambia? respecto a la altura	

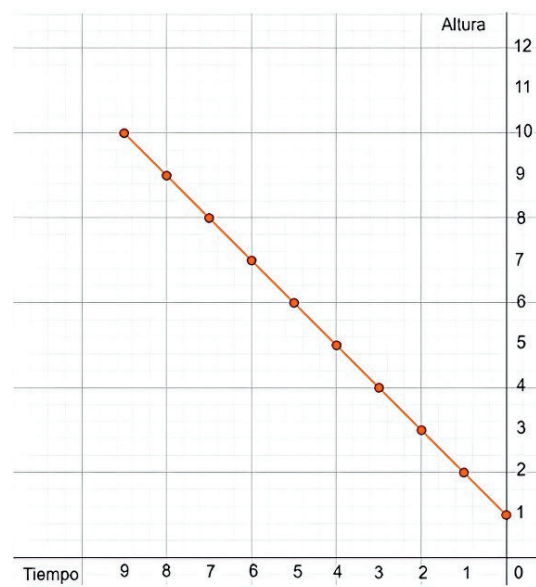
Fuente: Elaboración propia

Después se les pide que analicen las gráficas de la figura 8 y elijan cuál de ellas representa el comportamiento del tren sobre la montaña rusa.

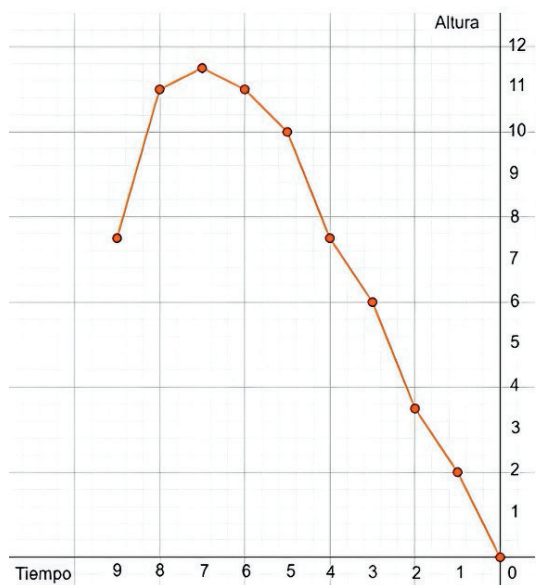
Figura 8. Gráficas de movimiento



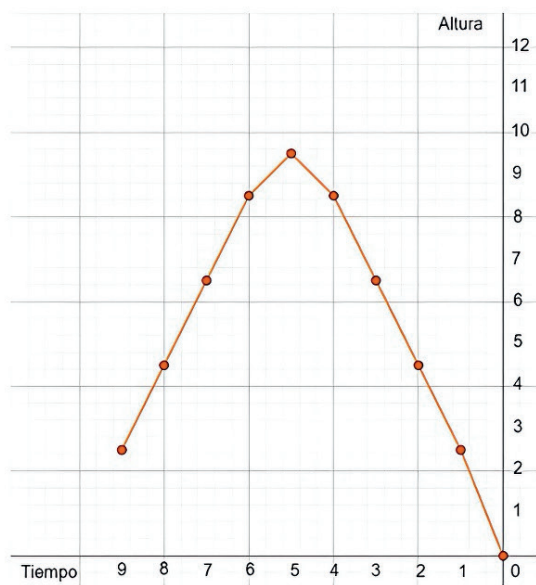
Gráfica A



Gráfica B



Gráfica C



Gráfica D

Fuente: Elaboración propia

En la tabla 2 se presentan algunos comportamientos de las gráficas. En la gráfica A se reconoce un primer orden de variación al observar que la altura del móvil va en aumento, esto quiere decir que, el estado posterior es mayor que el anterior en cada intervalo de tiempo y el móvil no baja sobre la montaña rusa. En la gráfica B se reconoce que la altura aumenta 1 metro por cada segundo que pasa. Entonces, el primer orden de variación indica que el móvil sube

y no baja sobre la montaña rusa. La gráfica C muestra que del inicio al segundo 7 el móvil sube y del segundo 7 al 9 o posterior al 9, el tren baja. Al analizar el segundo orden de variación se establece que el móvil aumenta cada vez más lentamente hasta llegar a una altura máxima, posteriormente disminuye cada vez más rápido. Esta gráfica es la que representa el comportamiento del tren. En la gráfica D también se analiza un segundo orden de variación al visualizar que el tren aumenta cada vez más lentamente hasta llegar a una altura máxima, posteriormente disminuye.

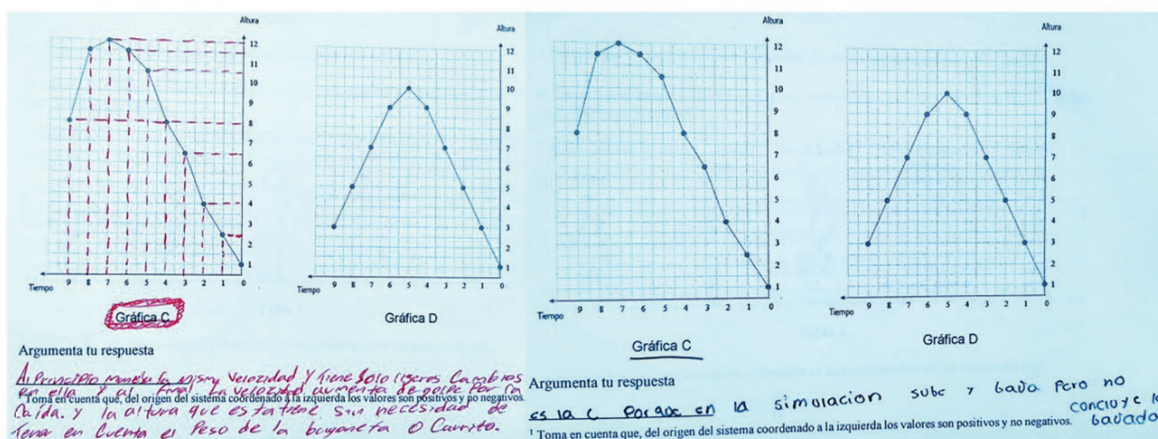
Tabla 2. Análisis de las gráficas presentadas en la figura 8

Intervalo de tiempo	Altura Gráfica A	Altura Gráfica B	Altura Gráfica C	Altura Gráfica D
0 – 1	No cambia, se mantiene en 1m	Aumenta 1m	Aumenta 2m	Aumenta 2.5m
1 – 2	Aumenta 0.5m	Aumenta 1m	Aumenta 1.5m	Aumenta 2m
2 – 3	Aumenta 1m	Aumenta 1m	Aumenta 2.5m	Aumenta 2m
3 – 4	Aumenta 0.5m	Aumenta 1m	Aumenta 1.5m	Aumenta 2m
4 – 5	Aumenta 1m	Aumenta 1m	Aumenta 2.5m	Aumenta 1m
5 – 6	Aumenta 0.5m	Aumenta 1m	Aumenta 1m	Disminuye 1m
6 – 7	Aumenta 1m	Aumenta 1m	Aumenta 0.5m	Disminuye 2m
7 – 8	Aumenta 0.5m	Aumenta 1m	Disminuye 0.5m	Disminuye 2m
8 – 9	Aumenta 1m	Aumenta 1m	Disminuye 3.5m	Disminuye 2m

Fuente: Elaboración propia

Los estudiantes eligen la gráfica C (figura 9) donde se argumenta que al principio el tren tiene la misma velocidad con ligeros cambios y al final aumenta de golpe por la caída. Otro argumento que el tren sube y después baja sin completar su recorrido.

Figura 9. Argumentos sobre la gráfica C



Fuente: Elaboración propia

Por tanto, en este momento identificamos que el videojuego permite construir algunas secciones de “montañas rusas” para analizar comportamientos del móvil.

Momento 2

En este momento se espera que los estudiantes retomen el comportamiento de la gráfica elegida en el momento 1 y analicen tablas de datos numéricos. En la figura 10 establecen estados posteriores y anteriores del tiempo (temporización). Realizan comparaciones donde reconocen que el tiempo aumenta.

Figura 10. Resultados E1

Estado posterior	Es mayor, menor o igual que	Estado anterior	El tiempo aumenta o disminuye	¿Cuánto?
1	>	0	Aumenta	1
2	>	1	Aumenta	1
3	>	2	Aumenta	1
4	>	3	Aumenta	1
5	>	4	Aumenta	1
6	>	5	Aumenta	1
7	>	6	Aumenta	1
8	>	7	Aumenta	1
9	>	8	Aumenta	1

Fuente: Elaboración propia

Respecto a la altura también reconocen estados posteriores y anteriores. Calculan diferencias y realizan comparaciones, donde establecen que en algunos intervalos de tiempo la altura aumenta y en otros disminuye (figura 11). Predicen que a los 10 segundos la altura es de 5 metros debido a que sigue disminuyendo.

Figura 11. Resultados E2

Estado posterior	Es mayor, menor o igual que	Estado anterior	La altura aumenta o disminuye	¿Cuánto?
2.5	>	0	Aumenta	2.5
4	>	2.5	Aumenta	1.5
6.5	>	4	Aumenta	2.5
8	>	6.5	Aumenta	1.5
10.5	>	8	Aumenta	2.5
11.5	>	10.5	Aumenta	1
12	>	11.5	Aumenta	0.5
11.5	<	12	Disminuye	0.5
8	<	11.5	Disminuye	3.5

Estado posterior	Es mayor, menor o igual que	Estado anterior	La altura aumenta o disminuye	¿Cuánto?
5.5	>	1	Aumenta	4.5
4	>	2.5	Aumenta	1.5
6.5	>	4	Aumenta	2.5
8	>	6.5	Aumenta	1.5
10.5	>	8	Aumenta	2.5
11.5	>	10.5	Aumenta	1
12	>	11.5	Aumenta	0.5
11.5	<	12	Disminuye	0.5
8	<	11.5	Disminuye	3.5

Tiempo (segundos)	Altura del tren (metros)
...	...
10	5

Describe tu procedimiento
Mentalmente

Fuente: Elaboración propia

Al analizar el segundo orden de variación reconocen estados posteriores y anteriores en el primer orden y calculan segundas diferencias en la altura (figura 12). Realizan comparaciones y establecen que la variación de la altura aumenta en algunos intervalos y disminuye en otros. Uno de ellos argumenta que en un tiempo la altura no aumenta ni disminuye. Indican que la predicción es de 5.5 metros sin argumentar sobre el procedimiento realizado.

Figura 12. Resultados E3

Estado posterior	Es mayor, menor o igual que	Estado anterior	La variación de la altura aumenta o disminuye	¿Cuánto?
1.5	>	1	A	.5
2	>	1.5	A	.5
3.5	>	2	A	1.5
4	>	3.5	A	.5
5.5	>	4	A	1.5
5.5	=	5.5	Ni aumenta ni D.	0
5	<	5.5	D	.5
3.5	<	5	D	1.5

Estado posterior	Es mayor, menor o igual que	Estado anterior	La variación de la altura aumenta o disminuye	¿Cuánto?
2.5	>	1	Aumenta	1.5
4	>	2.5	Aumenta	1.5
6.5	>	4	Aumenta	2.5
8	>	6.5	Aumenta	1.5
10.5	>	8	Aumenta	2.5
11.5	>	10.5	Aumenta	1
12	>	11.5	Aumenta	0.5
11.5	<	12	Disminuye	0.5

Tiempo (segundos)	Altura del tren (metros)
...	...
10	5.5

Fuente: Elaboración propia

Al analizar el tercer orden de variación reconocen estados posteriores y anteriores en el segundo orden y calculan terceras diferencias en la altura (figura 13). Realizan comparaciones y establecen que la variación de la variación de la altura aumenta. Indican que la predicción es de 4.5 metros sin argumentar sobre el procedimiento realizado.

Figura 13. Resultados E4

Estado posterior	Es mayor, menor o igual que	Estado anterior	La variación de la variación altura aumenta o disminuye	¿Cuánto?
1.5	>	0.5	Aumenta	1
2	>	1.5	Aumenta	0.5
3.5	>	0.5	Aumenta	0.25 0.5
4	>	1.5	Aumenta	
5.5	>	0	Aumenta	
3.5	>	-1.5	Aumenta	
3.5	>	-2.5	Aumenta	

Tabla 8

Analiza todas las comparaciones y describe el comportamiento de la variación de la variación de las alturas del tren. Todo aumenta dependiendo de los estados

Estado posterior	Es mayor, menor o igual que	Estado anterior	La variación de la variación altura aumenta o disminuye	¿Cuánto?
1.5	>	0.5	A	1
2	>	1.5	A	0.5
3.5	>	0.5	A	3
4	>	1.5	A	2.5
5.5	>	0	A	5.5
5.5	>	0.5	A	5.5
3.5	>	1.5	A	2

Tiempo (segundos)	Altura del tren (metros)
10	4.5

Fuente: Elaboración propia

Por tanto, en este momento identificamos que el videojuego muestra las alturas del móvil conforme pasa el tiempo. Estas alturas se representan en tablas y sobre ellas se analiza un primero, segundo y tercer orden de variación.

Conclusiones

El sistema de referencia variacional permitió analizar algunos argumentos que estudiantes de ingeniería civil presentaron. La causalidad se reconoció al argumentar que la velocidad se relaciona con la altura y la velocidad con el tiempo. La temporización se identificó al establecer estados posteriores y anteriores del tiempo y la altura, respectivamente. El análisis del primer orden de variación se hizo al realizar comparaciones y en reconocer el carácter estable del cambio al argumentar que el tren sube y después baja. Los estudiantes tuvieron dificultades al predecir las alturas en un tiempo posterior, sin establecer argumentos al respecto. Así también, presentaron dificultades en articular un segundo y tercer orden de variación. Es decir, realizan comparaciones, pero no reconocen el carácter estable del cambio que les permita predecir con mayor precisión. Entonces, se propone rediseñar las actividades que se fortalezcan el análisis del segundo y tercer orden de variación que se direccionen en predecir estados futuros. Se puede optar por el análisis de gráficas donde los comportamientos se relacionen directamente con la simulación de “montañas rusas”.

Las herramientas del videojuego son limitadas, debido a que solo se pueden construir tres tipos de secciones de “montañas rusas” (raíles rectos, con inclinación suave o inclinación abrupta). Estas construcciones permiten analizar un primero y segundo orden de variación con el comportamiento del móvil. Esto implica que no sea posible el análisis de un tercer orden de variación dado que no se pueden construir secciones de “montañas rusas” que representen su comportamiento. En este sentido, las tablas de datos numéricos puede ser una alternativa para el análisis de la variación sucesiva hasta un tercer orden de variación, donde el uso del videojuego aporta una herramienta para medir alturas que permita calcular diferencias de diferencias. Por tanto, este trabajo presenta un acercamiento al estudio de órdenes de variación con el uso de un videojuego.

Referencias bibliográficas

Alanís, J., & Salinas, P. (2011). Cálculo de una variable: acercamientos newtoniano y leibniziano integrados didácticamente. *El Cálculo y su enseñanza. Enseñanza de las ciencias y la matemática*, 2(1), 1-22.

Caballero, M. (2018). *Causalidad y temporización entre jóvenes de bachillerato. La construcción de la noción de variación y el desarrollo del pensamiento y el lenguaje variacional* [Tesis de doctorado]. Centro de

Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.

- Cabrera, L., & Zaldívar, J. (2021). Esquema de desarrollo del Pensamiento y Lenguaje Variacional. *Revista Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 34(2), 189-199.
- Cantoral, R. (2019). *Caminos del saber: pensamiento y lenguaje variacional*. Gedisa.
- García, M., & Dolores, C. (2016). Diseño de una situación de aprendizaje para la comprensión de la derivada. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (46), 49-70.
- Hernández, J. (2019). *Elementos para el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional entre estudiantes de bachillerato: el caso de "lo errático"* [Tesis de doctorado]. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.
- Varcárcel, C. (2013). *El videojuego como recurso didáctico en el aprendizaje de las matemáticas en primer curso de Educación Secundaria Obligatoria* [Tesis de maestría]. Universidad Internacional de La Rioja.
- Vrancken, S., & Engler, A. (2014). Una Introducción a la Derivada desde la Variación y el Cambio: resultados de una investigación con estudiantes de primer año de la universidad. *Bolema*, 28(48), 449-468.
- Zúñiga, F. (2020). Un análisis del sistema de referencia variacional en un contexto de circuitos eléctricos con estudiantes de nivel superior. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 5, 1-22. DOI: <https://doi.org/10.46618/iime.76>
- Zúñiga, F. (2022). *Socioepistemología del Cálculo y Resignificación Didáctica de la Serie de Taylor en Contexto de Predicción en Circuitos Eléctricos* [Tesis de maestría]. Universidad Autónoma de Chiapas, México.
- Zúñiga, F., Muñoz, G., & Morales, E. (2021). Fundamentos para diseñar situaciones de aprendizaje a través de la variación: simulación del comportamiento de un capacitor. En A. Rosas (Ed.), *Avances en Matemática Educativa. Actividad Docente* (pp. 79-96). Lectorum.