

MODELO PEDAGÓGICO PARA LA FORMACIÓN DE LOS DOCENTES DE MATEMÁTICAS DE LA EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA, USANDO COMO HERRAMIENTA EL LABORATORIO DE MATEMÁTICAS

PEDAGOGICAL MODEL FOR PRIMARY SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS' TRAINING, BY USING THE MATHEMATICS LABORATORY AS A TOOL

Alfonso Romero Huertas
Universidad Antonio Nariño. (Colombia)
romerohuertas78@gmail.com

Resumen:

Como resultado de investigación realizada con docentes no licenciados en matemáticas, que atienden esta área en el nivel de educación básica primaria, se presenta en este artículo la construcción de un modelo pedagógico para la formación del docente en el área en mención. La investigación se ha centrado en la pregunta ¿cómo fomentar la formación en el conocimiento disciplinar y el conocimiento pedagógico del contenido, en el docente de la educación básica primaria en el área de matemáticas? Al respecto, se ha considerado pertinente la metodología investigación basada en diseño, dentro del enfoque cualitativo, para dirigir la propuesta y construir el modelo a medida que se avanzó en el desarrollo del proyecto.

Palabras clave: formación docente, laboratorio de matemáticas

Abstract:

As a result of a study carried out with teachers who do not have a degree in mathematics, and who deal with this area at the basic primary education level, this article presents the construction of a pedagogical model for teacher training in the area in question. The research has focused on the question: how to promote training in disciplinary knowledge and pedagogical knowledge of the content, in a basic primary education mathematics teacher? In this regard, the design-based research methodology has been considered relevant, within the qualitative approach, to direct the proposal and to build the model as the project development progressed.

Keywords: teacher training, mathematics laboratory

■ Introducción

En Colombia se han implementado una variedad de iniciativas dirigidas a la formación docente, a través de programas que se han fortalecido significativamente en la última década, los cuales buscan fortalecer las competencias del docente en su práctica pedagógica, para mejorar el desempeño escolar de sus estudiantes. Sin embargo, estos programas aún no logran un impacto significativo en los aprendizajes de los estudiantes y en sus resultados de evaluaciones nacionales e internacionales. Luego, es evidente que el mejoramiento de la educación básica en Colombia requiere cambios significativos en la política y en la práctica. Los maestros, escuelas y colegios deben garantizar que los currículos, las evaluaciones y el tiempo que se invierte en los diferentes espacios académicos sean empleados de forma eficaz para facilitar el desarrollo de competencias.

Según estudios preliminares, en algunos países del mundo el laboratorio de matemáticas es una estrategia que ha impactado positivamente en la formación de estudiantes y docentes. Por ejemplo, según Bartolini Bussi y Maschietto (2006), en su *“Laboratorio de Máquinas Matemáticas (MMLab)”*, en el Departamento de Matemáticas de Módena Italia, contiene una colección de instrumentos geométricos (máquinas matemáticas), reconstruidos con un objetivo didáctico, según el diseño descrito en textos históricos desde la Grecia clásica hasta el siglo XX. El MMLab trabaja tanto para la investigación didáctica como para la divulgación de las matemáticas. Este trabajo fue el punto de partida del proyecto *“Ciencias y Tecnología - Laboratorio de Matemáticas”* para la formación de profesores (2008-2013), en el que muchos profesores construyeron y propusieron sesiones de laboratorio con máquinas matemáticas para sus prácticas pedagógicas.

Por lo anterior y desde las demás investigaciones que se analizaron de diferentes partes del mundo, se indica que la formación docente debe contar con un enfoque más práctico que teórico a fin de preparar adecuadamente a los maestros; por lo tanto, se ha desarrollado el proyecto de investigación en esta línea, con el objetivo de consolidar un modelo para la formación de los docentes en ejercicio que atienden el área de matemáticas en el nivel de educación básica primaria, teniendo en cuenta que la gran mayoría de ellos no son licenciados en matemáticas y se ha evidenciado la falta de profundización en los diferentes componentes que estructuran el área, insuficiente para el desarrollo del pensamiento matemático en el primer y fundamental nivel de formación de los educandos.

Dentro de este proyecto se ha propuesto un sistema de actividades, cuidadosamente diseñadas para formar a los docentes en el conocimiento disciplinar y pedagógico del contenido en el área de matemáticas, teniendo como referencia las dificultades que presentan en el ejercicio de su práctica pedagógica, los aprendizajes de los estudiantes y sus desempeños en las pruebas de estado, en cada uno de los componentes que el Ministerio de Educación de Colombia establece a través de los referentes de calidad educativa para el área en mención.

■ Marco Teórico

Se sitúa al lector en los aspectos teóricos que implican el propósito de la investigación.

¿Qué es un modelo pedagógico?

Shulman, L (1987), Chávez, H.L. (2008), Kitchen y Petrarca (2016), definen un modelo pedagógico como una propuesta teórica que incluye conceptos de formación, de conocimiento disciplinar y pedagógico del contenido, principalmente; estos se encargan de organizar el currículo de acuerdo a fines y principios de la educación, y al cómo desarrollar la práctica pedagógica en coherencia con los referentes teóricos.

Por su parte, y centrados en las diferentes tradiciones de formación del profesorado en Estados Unidos, Liston y Zeichner (1991) distinguen tres tradiciones de la formación del profesorado en el siglo XX: eficiencia social, desarrollo evolutivo, y tradición académica. Esta última, basada en una concepción liberal-humanista de la educación, concibe al profesor como un especialista en un campo disciplinar, por lo que preparar para enseñar requiere una seria formación disciplinar, complementada con prácticas en las instituciones educativas.

En la actualidad y según Vaillant, D. y Marcelo, C. (2021), en el siglo XXI los diferentes sectores experimentan cambios constantes en sus dinámicas; por lo tanto, los docentes deben desarrollar habilidades en coherencia con los

desafíos actuales y mediados por la tecnología como protagonista. Al respecto, estos autores consideran que los docentes adquieren estas habilidades a través del aprendizaje informal, el aprendizaje experiencial; e igualmente, mediante los programas de formación continua de docentes.

Laboratorio de matemáticas en la formación docente

Teniendo en cuenta la literatura y los objetivos propuestos para la investigación, se define laboratorio de matemáticas como un espacio físico diferente del aula, en cuanto se pretende construir un modelo de formación continua de docentes en ejercicio, lo cual requiere un espacio específico en cada institución educativa o en sitios estratégicos donde sea posible focalizar a profesores de varias instituciones.

El laboratorio de matemáticas tendrá a disposición diversidad de materiales: manipulativos concretos y virtuales, herramientas tradicionales de dibujo (escuadra, regla, compás) y máquinas matemáticas. Igualmente, el laboratorio estará equipado con mesas y sillas, garantizando la comodidad de los estudiantes (docentes) para el trabajo que, en su mayor parte, está diseñado para realizarlo de forma grupal.

La resolución de problemas

La educación matemática, desde el punto de vista de la enseñanza, debe ser dirigida a la construcción de significado robusto de conceptos, más que como un mero desarrollo mecánico de destrezas, debe desarrollar en los estudiantes la habilidad de aplicar los aprendizajes en las necesidades de su entorno. De este modo, y como lo concibe el Ministerio de Educación Nacional a través de los lineamientos curriculares, MEN. (1998), la resolución de problemas debe ser eje central del currículo de matemáticas, y como tal, es un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. Por tal razón, y con el fin de atender a los objetivos de la investigación, se exponen las consideraciones de algunos referentes en la resolución de problemas.

George Polya (1945), estructura la actividad de resolución de problemas en matemáticas en cuatro pasos principales, conocidos también como el programa heurístico de Polya. Entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y visión retrospectiva o mirar hacia atrás; cada una de estas con sus características a través de las cuales se brinda al docente y educando una estrategia que se ha consolidado e incluido en diversos textos dirigidos a la enseñanza de las matemáticas en los diferentes niveles de formación.

Para Harel (2008), la resolución de problemas es el medio para aprender. Al respecto, afirma que cuando se encuentra una situación problemática, necesariamente se experimentan fases de desequilibrio, a menudo intercaladas por fases de equilibrio. El desequilibrio, o perturbación, es un estado que se produce cuando se encuentra un obstáculo. Su efecto cognitivo es que "obliga al sujeto a ir más allá de su estado actual y a emprender nuevas direcciones" (Piaget, 1985, p. 10) citado por Harel (2008). El equilibrio es un estado en el que se percibe el éxito en la eliminación de dicho obstáculo. En términos de Piaget, es un estado en el que uno modifica su punto de vista (acomodación) y es capaz, como resultado, de integrar nuevas ideas hacia la solución del problema (asimilación).

Stacey, Burton y Mason (1982), en su libro "*Pensar Matemáticamente*" proponen mostrar cómo acometer cualquier problema, es decir, cómo establecer e iniciar a construir camino hacia la solución, ir aprendiendo de la experiencia y de esta forma fortalecer el pensamiento matemático; estos autores establecen un modelo que han consolidado en trabajo con estudiantes desde la educación básica primaria e incluso en formación de docentes, modelo de trabajo en la resolución de problemas, estructurado en tres fases: abordaje, ataque y revisión, el paso de una fase a la otra evidencia el progreso en la asimilación del problema.

■ Metodología

Para el desarrollo de la propuesta, se ha considerado la investigación basada en diseño, cuyo enfoque es cualitativo, ha sido desarrollada dentro del campo de las ciencias y se nutre de un amplio campo multidisciplinar que incluye la antropología, la psicología educativa, la sociología, la neurociencia e igualmente las didácticas específicas, entre otros (Confrey, 2006; Sawyer, 2006; Molina y Castro, 2011). En la siguiente figura se ilustran las características.

Figura 1. Características de la investigación basada en diseño.



Fuente: Elaboración propia

La propuesta de investigación se desarrolló a través de un diplomado que se gestionó con la Universidad Antonio Nariño de Bogotá Colombia, denominado “*formación matemática del docente de primaria, usando como herramienta el laboratorio*”, en el cual han participado 12 docentes en ejercicio, no licenciados en el área de matemáticas y provenientes de los municipios de Chocontá, Sesquilé, Guatavita y Gachancipá, 10 de ellos del sector público y 2 del sector privado.

Se desarrolló un sistema de actividades, a través del cual se propuso situaciones estratégicamente diseñadas para que los docentes construyeran significado robusto de conceptos y resolvieran problemas en el laboratorio de matemáticas, usando material concreto en un primer momento, materiales convencionales y/o máquinas matemáticas y software dinámico GeoGebra en momentos posteriores.

Se planteó en cada una de las actividades, un objetivo que describe el alcance de formación a lograr por los docentes; igualmente, se establecen unos aprendizajes esperados con el fin de guiar las intenciones del investigador. Para el desarrollo de las actividades, los docentes se han distribuido en grupos, con el fin de facilitar el trabajo en equipo, una de las estrategias que se ha considerado pertinente en la investigación.

Las actividades están compuestas por desafíos que incluyen problemas retadores, cada uno con su respectivo objetivo de aprendizaje y materiales necesarios en el laboratorio de matemáticas a disposición de los docentes participantes.

Como cierre en cada una de las actividades, los docentes proponen otros desafíos con la proyección de ser desarrollados con los estudiantes en sus respectivos contextos escolares, estos fueron socializadas en plenaria como una forma de retroalimentar y ajustar antes de llevarlos a la práctica en el aula. Finalmente, el investigador analizó los resultados, ajustó y refinó conjeturas de acuerdo a las evidencias en cada actividad y a los fundamentos teóricos sobre enseñanza y aprendizaje procedentes de la literatura.

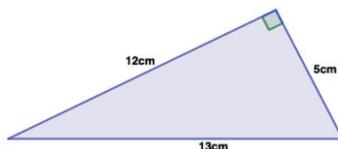
Recolección, análisis de los resultados, evolución y construcción del modelo pedagógico

Se aplicó inicialmente una actividad de entrada o diagnóstico, con el fin de fortalecer los criterios del diseño de las actividades de formación a desarrollar con los docentes participantes. Al respecto, en esta sesión se presentan algunos episodios, evidencias y su respectivo análisis mediante rúbrica establecida para tal fin.

Actividad de entrada:

- El docente dibuja en el tablero el siguiente triángulo indicando sus respectivas medidas:

Figura 2. Triángulo rectángulo propuesto como contexto para el análisis de su respectiva altura.

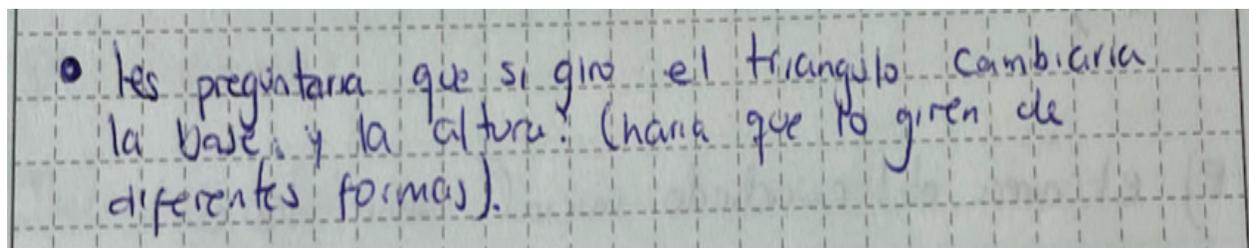


Fuente: Elaboración propia

Luego, propone a sus estudiantes calcular el área. Sin embargo y casi de inmediato, uno de los estudiantes, manifiesta que calcular el área de este triángulo es imposible porque la altura del mismo no está dada.

- ¿Cree que el estudiante tiene la razón? Argumentar. “No tiene la razón porque se puede hallar la altura midiendo”, responden 8 de los 12 docentes participantes en el diplomado.
- Si la respuesta a la anterior pregunta es negativa, dé un ejemplo de una buena práctica de enseñanza que podría reducir el error conceptual del estudiante. En la siguiente imagen uno de los grupos responde: “Les preguntaría que, ¿si giro el triángulo cambiaría la base y la altura?, (haría que lo giren de diferentes formas)”

Figura 3. Propuesta de un grupo de docentes.



Como se muestra en la evidencia según imagen, sólo un grupo conformado por 3 docentes reconoce la altura que se indica en el triángulo.

A continuación, se presenta la rúbrica de análisis correspondiente a la actividad de entrada.

Tabla 1. Rúbrica de análisis correspondiente a la actividad de entrada.

Componente	Nivel	Características
Plantea y ejecuta estrategias de comprensión de un problema	Nivel Bajo: El 75% de los docentes participantes, presentan dificultades para comprender un problema	Las dificultades de comprensión se deben a la falta de manejo de conceptos. Principalmente en los componentes geométrico, aleatorio y variacional. Limitado lenguaje técnico, aspecto que les dificulta la descripción y comunicación en cada uno de los problemas planteados.
Uso de manipulativos concretos en la	Nivel Medio: Sólo el 50% de los docentes	Utilización del material manipulativo de acuerdo a instrucciones y sugerencias que se realizan en la actividad.

resolución de problemas.	participantes, utiliza material manipulativo de manera efectiva en la resolución de problemas.	No llegan a conclusiones correctas por no tener en cuenta aspectos del material manipulativo que influyen en la solución del problema. El material manipulativo no es una prioridad en la resolución de problemas, y no se realizan propuestas de incorporación de nuevos manipulativos.
Uso de manipulativos virtuales en la resolución de problemas.	Nivel Bajo: El uso de manipulativos virtuales le es irrelevante en la resolución de problemas.	El 75% de los docentes no consideran los manipulativos virtuales importantes en la resolución de problemas. Los docentes no reportan experiencia sobre el uso de la tecnología en la resolución de problemas.
Aplicación de procesos de metacognición	Nivel medio: Sólo el 50% de los docentes participantes, reflexiona sobre el proceso de aprendizaje y toma conciencia de sus procesos mentales.	Los docentes reflexionan sobre el proceso desarrollado en cada etapa realizada en la consecución de los objetivos, proceso que realizan de acuerdo a orientaciones. No proponen estrategias de revisión y evaluación de procesos.

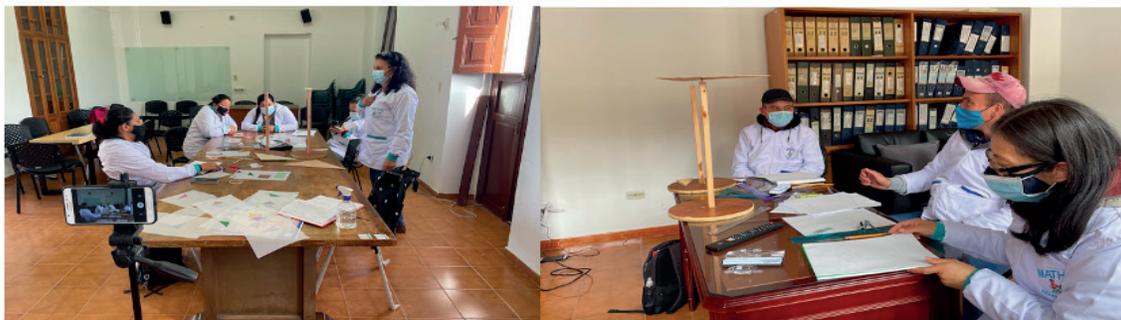
Fuente: Elaboración propia

El análisis a través de la rúbrica, permite evidenciar las necesidades de formación de los docentes, insumo relevante para el diseño de las actividades desarrolladas en el diplomado.

A continuación, se presenta algunos episodios dentro de las actividades de formación.

- *Desafío dentro de la actividad “puntos y rectas notables de un triángulo”.* Ubicar los triángulos de madera en los soportes que se indican, estos elementos los encuentran disponibles en el laboratorio. Exponer el trabajo realizado en equipo, los recursos y conceptos los cuales les permitieron cumplir con la tarea asignada.

Figura 4. *Docentes participantes equilibrando los triángulos en el laboratorio de matemáticas.*

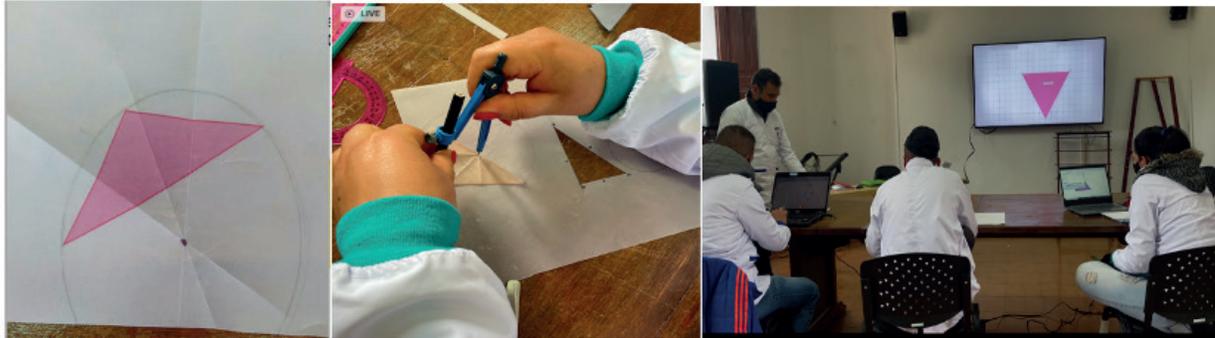


Los docentes alcanzaron el objetivo, equilibrando diferentes figuras en la base soporte que observamos en la imagen anterior, proceso que logran después de varios intentos, revisando y ajustando a la mejor ubicación del punto que

permite este hecho. A continuación, la guía les pide trazar las medianas de uno de los triángulos que les fue posible equilibrar; es así como los docentes descubren el baricentro de un triángulo y sus respectivas medianas.

e) Trazar la mediatriz de cada uno de los lados de los triángulos 1, 2 y 3 (disponibles en el material en hoja tipo calca).

Figura 5. Construcción de los puntos y rectas notables del triángulo, por parte de los docentes participantes.



Como se observa en la imagen, los docentes realizan la tarea propuesta mediante manipulativos concretos (hojas tipo calca) en un primer momento, igualmente a través de herramientas tradicionales (regla, escuadra y compás) y mediante el software dinámico GeoGebra en momentos posteriores.

- *Desafío dentro de la actividad “semejanza”*
Realice el montaje que le permita proyectar figuras en la pared o plano de proyección. En la siguiente imagen se observa a los docentes realizando la proyección de un triángulo.

Figura 6. Docentes participantes en el diplomado, en proyección de figuras geométricas.



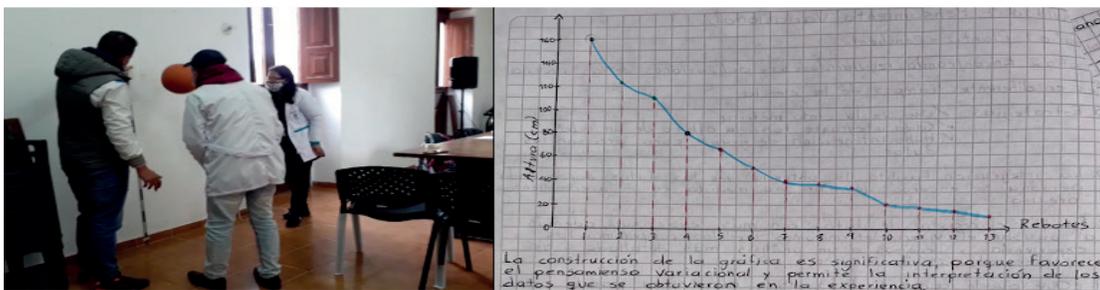
- Teniendo en cuenta el montaje anterior, sin alterar la distancia del objeto y el plano de proyección, ubique la linterna de tal manera que se genere como proyección una figura con la misma forma del objeto (figura geométrica), y que además cada uno de los lados de esta sean el doble. Argumente cada uno de los pasos, justificando las condiciones que se deben cumplir para lograr la tarea asignada.

Los docentes a través de la experimentación logran la tarea, determinando que el objeto a proyectar debe ubicarse en este caso para que se cumplan las condiciones dadas, en el punto medio entre la linterna y el tablero de proyección; igualmente, a través de la medición directa, calculan las áreas y realizan la comparación entre estas, determinando que el área de la proyección, corresponde a 4 veces el área de la figura dada.

- *Desafío dentro de la actividad “álgebra temprana”*

Toma la pelota que encuentra dentro de los materiales disponibles y llevarla a la altura que le permita el brazo, luego soltarla. Su tarea consiste en estimar y registrar la altura que logra la pelota en cada rebote. Argumentar sobre las estrategias que utilizaron al respecto, fortalezas y dificultades.

Figura 7. Docentes participantes en el diplomado, en experimentación, observación y registro de datos.



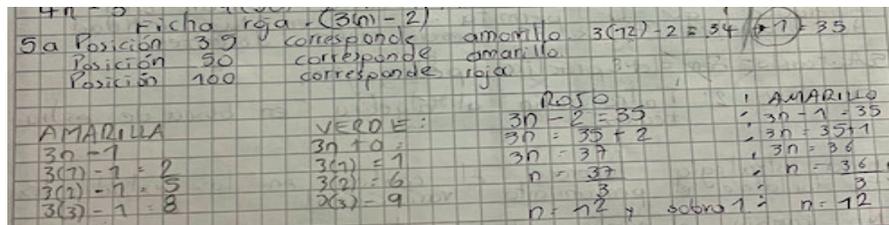
- *Desafío dentro de la actividad “álgebra temprana”*

Teniendo en cuenta la secuencia la cual pueden reconstruir utilizando las fichas de colores, responder:



¿Qué color le corresponde al cuadrado de la posición 35, 50, y 100?, ¿qué estrategia ha utilizado para identificarlo?

Figura 8. Evidencia de trabajo de un grupo de docentes, en actividades “álgebra temprana”.



Como se puede observar en la imagen producto de los docentes, ellos representan cada color mediante una secuencia de números, lo cual les facilita construir el termino general, como estrategia para solucionar la situación planteada.

Tabla 2. Rúbrica general de análisis de las actividades.

Componente	Nivel	Características
Uso de material manipulativo en la construcción de significado de conceptos.	Nivel Alto: el 100% de los docentes utilizan material manipulativo de manera efectiva en la construcción de significado de conceptos.	La representación a través de manipulativos concretos se vuelve habitual en el transcurso del desarrollo de la experiencia, así como la representación pictórica y el apoyo del software dinámico GeoGebra.
Plantea y ejecuta estrategias de comprensión de un problema	Nivel Alto: De manera acertada el 100% de los docentes exponen las tareas a realizar en la resolución de problemas.	Los docentes exponen las tareas a realizar para plantear y resolver problemas propuestos, proceso que es apoyado con manipulativos concretos.
Planteamiento y ejecución de estrategias en la resolución de problemas.	Nivel Alto: Los docentes plantean y ejecutan estrategias que les permite de manera acertada solucionar problemas.	Los 12 docentes participantes plantean y ejecutan estrategias que les permite solucionar los retos propuestos, apoyados en manipulativos concretos, software dinámico GeoGebra.
Uso de manipulativos virtuales en la resolución de problemas.	Nivel Medio: El 75% de los docentes se apoya en el software dinámico GeoGebra, en la resolución de problemas que implican geometría del espacio.	Los 12 docentes consideran relevante el uso de la tecnología (software dinámico, Excel y otras app en línea; sin embargo, 3 de lo 12 docentes participantes presentan dificultad para usarlos de forma adecuada.
Aplicación de procesos de metacognición	Nivel Alto: El 100% de los docentes reflexiona sobre el proceso de aprendizaje y toma conciencia de sus procesos mentales.	Los 12 docentes reflexionan sobre el proceso desarrollado en cada etapa realizada en la consecución de los objetivos, exponen los diferentes momentos, presentando los recursos y los diferentes medios utilizados para lograr los objetivos. Los docentes reflexionan sobre los resultados de los compañeros como una forma de complementar los aprendizajes mediante el trabajo en equipo.

Fuente: Elaboración propia

El análisis de contraste entre las rubricas, la apropiación y percepción de los docentes participantes, resultó fundamental en la consolidación del modelo pedagógico de formación.

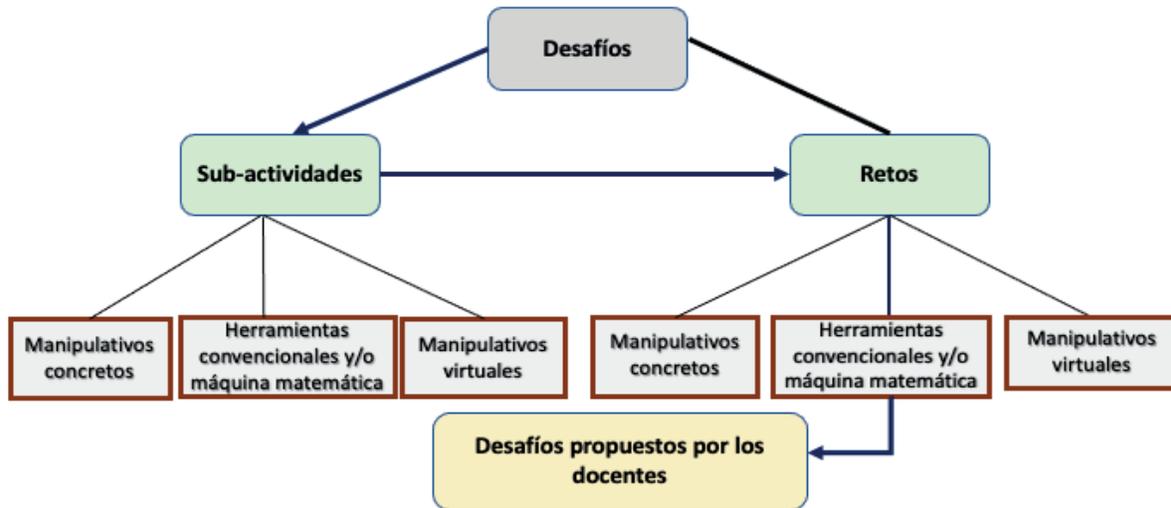
■ Resultados

Finalmente, para dar respuesta a la pregunta de investigación ¿cómo fomentar la formación en el conocimiento disciplinar y el conocimiento pedagógico del contenido, en el docente de la educación básica primaria en el área de matemáticas?, se ha construido el modelo que se describe a continuación.

El modelo pedagógico tiene como protagonista a los materiales manipulativos, en cuanto están presentes en todas las actividades diseñadas para formar a los docentes. Según Piaget (1966), citado por Bartolini & Maschietto (2008), los niños necesitan manipulativos concretos para desarrollar conceptos matemáticos abstractos. Sin embargo, en el laboratorio de matemáticas de Módena, estos autores extienden la concepción de Piaget, en cuanto se afirma que

los manipulativos concretos y virtuales deben utilizarse en la construcción de significado robusto de conceptos, no sólo con los niños sino también con los alumnos de mayor edad, hasta el nivel terciario. Por lo tanto, las actividades dentro del modelo de formación se componen de desafíos, los cuales a su vez se dividen en sub-actividades y retos (problemas retadores); los cuales los pueden abordar con manipulativos concretos en un primer momento, herramientas convencionales y manipulativos virtuales en momentos posteriores, estructura que se presenta en la siguiente imagen.

Figura 9. Estructura de las actividades de formación docente.



Fuente: Elaboración propia

La puesta en práctica del modelo se realiza a través de la metodología que propone la investigación basada en diseño. Al respecto, se establecen cuatro ciclos, los cuales atienden a los componentes del área de matemáticas: numérico, variacional, aleatorio y espacial. Cada uno de estos ciclos está compuesto por varias actividades, las cuales se han denominado iteraciones en cuanto retoman el ciclo para transitar por las diferentes fases, luego de su respectiva reflexión y análisis, abordando nuevos aprendizajes, pero conservando la estructura planteada en la figura anterior.

La validación del modelo se realizó mediante adaptación del enfoque basado en argumentos, propuesto por Messick, S (1989) y citado por Camargo, S.L (2017). Al respecto se establece una matriz en la cual se resalta la interpretación de los datos en coherencia con la teoría, se analizó sobre el uso de estos resultados y las consecuencias sociales en articulación con los objetivos de la investigación.

Tabla 3. Modelo pedagógico de formación docente.

Enfoque	Constructivista			
	Diagnóstico			
	Planeación y diseño de experimento de enseñanza			
	Implementación del experimento de enseñanza			
	Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3	Etapa 4
Fases	Exploración de la actividad	Planteamiento o ejecución de estrategias	Consolidación de estrategias y metacognición	Planteamiento de experimentos de enseñanza y relación con otros contextos.

	II	Revisión y análisis			
		Se realiza reflexión y análisis en referencia con los logros alcanzados y los objetivos de la investigación, analizando los recursos y medios que lo sustentan como insumo para diseñar un nuevo experimento de enseñanza y reiniciar el ciclo en la fase 1 con una nueva iteración.			
Validación	Enfoque basado en argumentos				
	Bases de evidencia	Interpretación de la experiencia	Uso de la experiencia	Consecuencias sociales	

Fuente: Elaboración propia

■ Conclusiones

En coherencia con la pregunta de investigación y objetivos, se establece en relación con:

El conocimiento disciplinar y conocimiento pedagógico del contenido

Las construcciones logradas por los docentes participantes, como fueron los puntos y rectas notables del triángulo mediante dobleces de papel, para la mayoría de ellos corresponden a terminología que la escuchan por primera vez, tales como mediatriz, medianas, alturas y bisectrices, con sus respectivos puntos notables, circuncentro, baricentro, ortocentro e incentro, respectivamente; son para los docentes, nuevos aprendizajes.

Algunos de los aprendizajes los han construido a través de actividades lúdicas, mediados por juegos tradicionales, tales como la rayuela o golosa, el cubo soma, dados de parqués, juegos de estrategia, entre otros.

Posterior a la participación en el diplomado, 10 de los 12 docentes participantes, por iniciativa propia, compartieron evidencias de sesiones de clase en ambiente de laboratorio, apoyadas por manipulativos concretos y software dinámico GeoGebra.

Algunas novedades que aporta el desarrollo de la propuesta respecto a los aprendizajes logrados por los docentes, la forma y los medios utilizados son:

- Lenguaje matemático y conceptos básicos que la mayoría de los docentes desconocían, tales como: el concepto de altura de un triángulo, las demás rectas y puntos notables, el concepto de homotecia el cual fue consolidado mediante la proyección de figuras (montaje de figuras y su respectiva sombra), juegos de estrategia y fractales.
- Los docentes han fortalecido su conocimiento base, que según Harel (2008), lo define en términos de tres componentes: conocimiento de las matemáticas, conocimiento del aprendizaje de los estudiantes y conocimiento de la pedagogía.
- Los docentes en su totalidad consideran que la metodología empleada en el diplomado ha despertado el interés para abordar las actividades propuestas de formación, cambiando significativamente las formas de aprender y enseñar las matemáticas, mediados por el laboratorio y donde resaltan el uso de material concreto para construir, fortalecer conceptos y resolver problemas.
- Los docentes manifiestan que los desafíos planteados en cada una de las actividades propician la interacción entre compañeros y el trabajo en equipo, generando en ellos confianza para abordar temáticas específicas con mayor profundidad en la educación básica primaria; consideran que las temáticas complementan el plan de estudios, a través del laboratorio de matemáticas como herramienta que favorece la construcción de conceptos, comprensión y resolución de problemas en contextos matemáticos y otras áreas.

Una mirada diferente a las matemáticas

Más allá de fortalecer el conocimiento disciplinar y pedagógico del contenido en los docentes participantes simultáneamente a través del desarrollo de las actividades, como se describe en la sesión anterior para destacar, los docentes han cambiado su actitud frente a las matemáticas, en cuanto ellos consideraban inicialmente que los procesos con cierto grado de complejidad correspondían exclusivamente al nivel de básica secundaria y con su respectivo docente licenciado en matemáticas.

El empoderamiento y apropiación de la metodología por parte de los docentes les ha generado mayor confianza para abordar las matemáticas, en tanto a medida que transcurre el desarrollo de la propuesta, adquieren hábitos y familiarización con los manipulativos concretos y virtuales, de tal forma que son considerados como una estrategia de primera mano en la construcción de significado robusto de conceptos y en la resolución de problemas. Las propuestas que presentan, y sus respectivos argumentos, evidencian la evolución que han adquirido en el transcurso del diplomado.

■ Referencias bibliográficas

- Bartolini Bussi, M. G., & M. Maschietto. (2006). Gli strumenti meccanici: le macchine per tracciare curve e realizzare trasformazioni. *Macchine matematiche: dalla storia alla scuola*, 1-32.
- Bartolini Bussi, M. G., & M. Maschietto. (2008). Machines as tools in teacher education. In *The Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2* (pp. 183-208). Brill Sens.
- Camargo, S. L. (2017). En búsqueda de consenso sobre el concepto de validez: Un estudio Delphi. *Psicología*.
- Chávez, H. L. (2008). Los modelos pedagógicos en la formación de profesores. *Revista Iberoamericana de educación*, 46(3), 1-8.
- Confrey, J. (2006). The evolution of design studies as methodology, en Sawyer, R.K. (ed.). *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences*, pp. 135-152. Nueva York: Cambridge University Press.
- Harel, G. (2008). A DNR perspective on mathematics curriculum and instruction. Part II: with reference to teacher's knowledge base. *ZDM*, 40(5), 893-907.
- Harel, G. (2008). DNR perspective on mathematics curriculum and instruction, Part I: focus on proving. *ZDM*, 40(3), 487-500.
- Kitchen, J. y Petrarca, D. (2016). Approaches to teacher education. En J. Loughran y L. Hamilton (Eds.), *International handbook of teacher education* (pp. 137-185). Springer.
- Liston, D. P., & Zeichner, K. M. (1991). Traditions of reform in US teacher education. *Teacher education and the social conditions of schooling*, 1-36.
- MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Messick, S. (1989). Validity. En: R. L. Linn (Ed.), *Educational Measurement*. (pp. 13-103). Washington, D.C.: American Council on Education.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J. L., & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 75-88.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New York: Doubleday Anchor Books.
- Sawyer, R.K. (2006). The New Science of Learning, en Sawyer, R.K. (ed.). *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences*, pp. 1-18. Nueva York: Cambridge University Press.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard educational review*, 57(1), 1-23.

Stacey, K., Burton, L., & Mason, J. (1982). *Thinking mathematically*. Addison-Wesley.

Vaillant, D. y Marcelo, C. (2021). Formación inicial del profesorado: Modelo actual y llaves para el cambio. REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 19(4), 55-69.