

BUSCANDO LAS FRACCIONES LOOKING FOR THE FRACTIONS

Manuel Fdo. Alva-Alejos
Universidad Autónoma de Chiapas. (México)
manu31.alva@gmail.com

Resumen:

Se reporta la experiencia del taller llevado a cabo en la XXXV Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (Relme 35) en forma síncrona y virtual; sobre las fracciones, la manera de cómo fomentar dicho conocimiento a través de una secuencia didáctica (diseñada y propuesta). Los resultados de las producciones obtenidas muestran como una posibilidad viable, para fortalecer el conocimiento y el proceso del aprendizaje de las fracciones -cómo enseñar- en distintos momentos (introdutoria, complementaria o al finalizar) debido a los objetivos cumplidos. Las producciones muestran el surgimiento de las fracciones, además de poner en práctica conocimientos matemáticos (medir, comparar, equivalencia, etc.) durante el desarrollo de las actividades.

También se reporta la metodología, la teoría empleada (Ingeniería Didáctica y la Teoría de Situaciones Didácticas), los ejercicios dinámicos propuestos, las Tecnologías de la Información disponibles empleadas ad-hoc en el taller para fomentar el pensamiento numérico y generar de manera natural e intuitiva el surgimiento de las fracciones.

Palabras clave: Fracciones, pensamiento numérico, secuencia didáctica

Abstract:

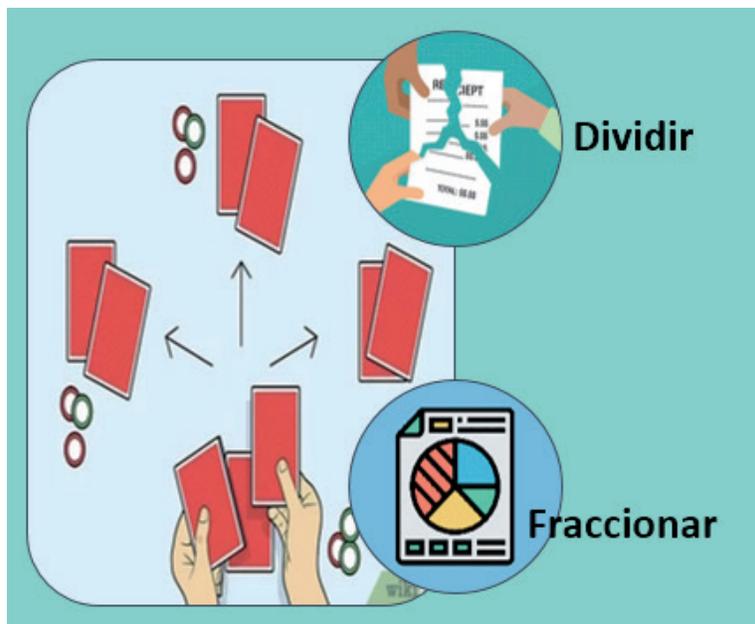
This paper reports the experience of the workshop about fractions; how to promote such knowledge through a (designed and proposed) didactic sequence. It was carried out, in a synchronous and virtual way, in the XXXV Latin American Meeting of Educational Mathematics (Relme 35). The results of the obtained productions show as a viable possibility to strengthen the knowledge and the process of learning fractions, -how to teach- at different times (introductory, complementary or at the end) due to the objectives achieved. The productions show the appearance of fractions, in addition to putting into practice mathematical knowledge (measuring, comparing, equivalence, etc.) while developing the activities. The paper also reports the methodology and the theory used (Didactic Engineering and the Theory of Didactic Situations); the proposed dynamic exercises; and the available information technologies used *ad-hoc* in the workshop, to promote numerical thinking and to generate the emergence of fractions in a natural and intuitive way.

Keywords: fractions, numerical thinking, didactic sequence

■ Introducción

El presente documento aborda una manera de potencializar el pensamiento numérico a través de las fracciones y una secuencia didáctica, para generar el surgimiento de dicho concepto matemático. Con la premisa que al dividir y fraccionar (conceptos matemáticos distintos) se realiza la misma acción; es decir, repartir (figura 1). Esta situación puede provocar confusión en el alumno (estudiante) al no diferenciar la aplicación (uso) entre un concepto y otro (fraccionar versus dividir) al momento de resolver un problema.

Figura 1. Ilustración que ejemplifica la acción de repartir en la división y la fracción.



Fuente: Elaboración propia 2022.

En la secuencia didáctica se aborda si dividir o fraccionar es igual, parecido, similar o son totalmente diferentes. Al iniciar el taller con la pregunta detonadora ¿existe diferencia entre dividir y fraccionar? Permite generar una disyuntiva entre la fracción y la división, para dotar de significado a la fracción, dar argumentos válidos a cada participante para determinar si son conceptos distintos o no.

Se descarta de un inicio por ser evidente, que son palabras distintas y por ende conceptos (términos) diferentes o los procesos (algoritmos) para obtener el resultado. Dicha disyuntiva va más allá de esto. La contraparte ante la interrogante es, si el alumno tiene esa claridad y certeza para distinguir dichos conceptos en lo práctico; más allá de la teoría.

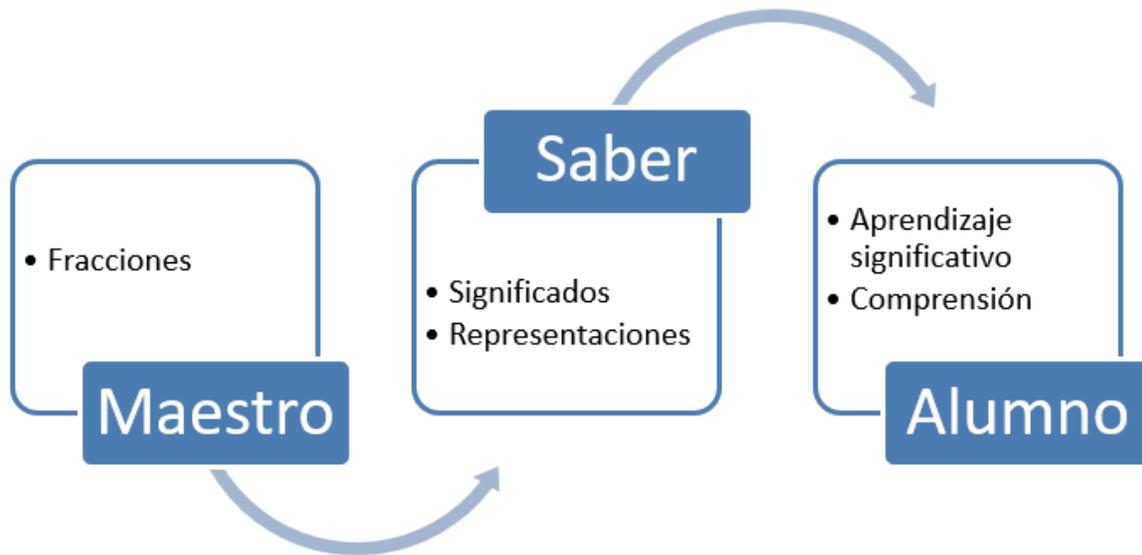
Encontrar las fracciones con ayuda de la secuencia didáctica es la finalidad y objetivo del taller, pero no sólo esto; también se pretende recuperar el cómo surgen (necesidad) para robustecer el concepto matemático (fracciones) y distinguir de la división. El cómo emplear el conocimiento adquirido al momento de comparar, medir o determinar equivalencias.

El por qué es importante recuperar cómo surgen las fracciones -desde su contexto mismo hasta su utilidad (uso)- es lo que motivó el diseño del taller. La claridad del concepto, para enseñar al estudiante y en segundo facilitar el entendimiento a los alumnos, para adquirir un conocimiento significativo.

Tener claro el concepto matemático (conocimiento a enseñar) ayuda a que exista un flujo de información (intercambio) entre el maestro (profesor) y alumnos (estudiante) para adquirir el saber con plenitud, estos elementos son fundamentales en el triángulo didáctico (figura 2).

Enseñar las fracciones tiene un grado de dificultad particular, pues están inmersos componentes como los diferentes significados de las fracciones (cociente, medida, porcentajes, parte-todo, por citar algunos), las maneras en cómo se pueden representar (numérica, literal, continua y geométrica).

Figura 2. Ilustración para ejemplificar el flujo de información (conocimiento) del saber y el triángulo didáctico.



Fuente: Elaboración propia 2022.

En esencia el flujo de información del conocimiento matemático (concepto matemático específico) se puede considerar como un mensaje que debe transmitirse de manera correcta; es decir, el mensaje debe interpretarse de manera idéntica del maestro al alumno. Entonces los elementos fundamentales en el triángulo didáctico están intrínsecamente asociados en el proceso enseñanza-aprendizaje.

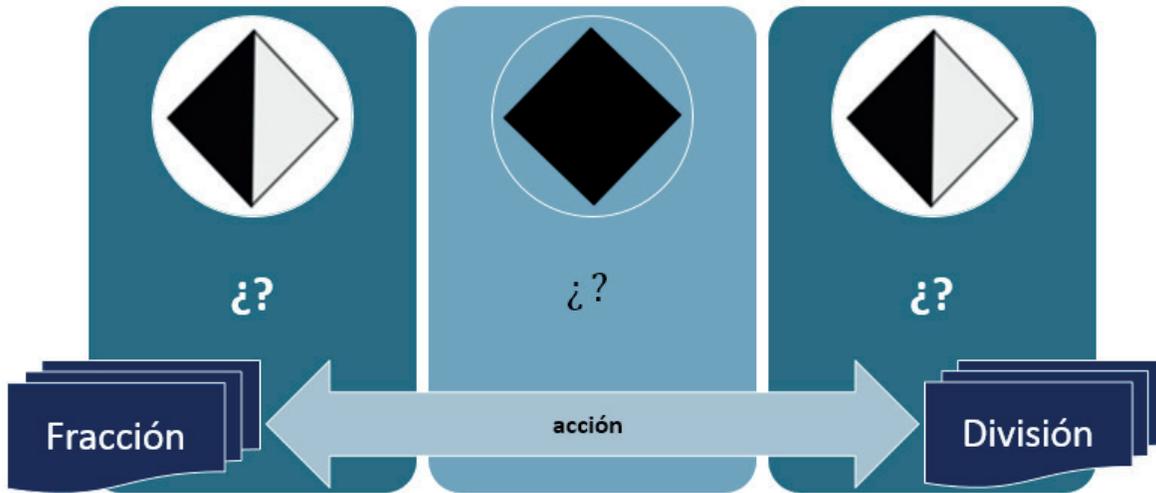
Si nos vamos a la parte formal y análoga de lo expuesto en el párrafo anterior; se tiene un emisor, receptor, mensaje y un medio de transmisión. Bajo este hecho, el emisor será el maestro (profesor), el receptor (los o el alumno), un mensaje (concepto matemático) y el medio de transmisión puede variar según las herramientas o material disponible para la enseñanza.

Al emplear el término “transmitir” se hace alusión a que no siempre se emplean de manera correcta los recursos disponibles (como maestro) para transmitir el mensaje (concepto matemático) en cuyo caso particular nos referimos a las fracciones.

Para entender lo anterior debemos considerar que, al recurrir a la representación de las fracciones en su forma gráfica, la acción de repartir no tiene sentido. Como se aprecia en figura 3, la acción es la misma al fraccionar o dividir.

Con lo anterior, la pregunta ¿Cómo diferenciar una división de una fracción en forma gráfica? ¿Cuál es la distinción o connotación adecuada? para acentuar las diferencias entre ambos conceptos en la forma gráfica y la acción de repartir la unidad -adquiere relevancia-.

Figura 3. Representación gráfica o geométrica de la división y la fracción.



Fuente: Elaboración propia 2022.

Todo esto se considera en la secuencia didáctica (propuesta) para potencializar el pensamiento numérico, a fin de vislumbrar las fracciones de manera lúdica, intuitiva y natural. Recuperando así en primer lugar el origen, que privilegia y dota de sentido a la fracción. Dando esta utilidad y la razón del concepto mismo en las matemáticas.

■ Antecedentes

Existen trabajos e investigaciones que abonaron de manera significativa, específica o general a los elementos que intervienen en el taller (el origen de las fracciones, los diferentes significados de las fracciones y las representaciones de las fracciones) como la investigación de Fandiño (2009), Lamon (1999) y Flores (2011), el trabajo de Llinares y Sánchez (1996) de las fracciones y la complejidad (mega concepto), Hincapié (2011) con la construcción del concepto fracción y sus diferentes significados; por citar algunos ejemplos. Dichos elementos son relevantes en la enseñanza-aprendizaje de las fracciones.

■ Marco teórico

Un reto como maestro, es saber enseñar un tema (cualquiera) en función a las matemáticas y que los alumnos tengan una buena actitud (predisposición de aprender). Una manera de lograrlo es por medio del uso de la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1986), debido a que el "*alumno aprende adaptándose a un medio*" y la razón de ser, es la construcción del conocimiento.

Puede existir una situación didáctica, donde el alumno interactúa con el medio, produce un conocimiento con el docente o sin la mediación del docente (situación a-didáctica). Para confrontar, rechazar o poner en juego sus propios conocimientos e incluso crea nuevos frente a la problemática presentada.

Panizza (2003) distinguen tres tipos de situaciones didácticas: 1.- De acción: donde el alumno debe actuar sobre un medio (material, o simbólico), la situación requiere la puesta en acto de conocimientos implícitos, 2.- Formulación: donde un alumno (o grupo de alumnos) emisor debe formular explícitamente un mensaje destinado a otro alumno (o grupo de alumnos) receptor, comprender el mensaje y actuar (sobre un medio, material o simbólico) en base al conocimiento contenido en el mensaje y 3.- La validación: cuando dos alumnos (o grupos de alumnos) deben enunciar aseveraciones y ponerse de acuerdo sobre la verdad o falsedad de las mismas. Las afirmaciones propuestas

por cada grupo de alumnos son sometidas a consideración del otro grupo, que debe tener la capacidad de sancionarlas; es decir, debe aceptarlas, rechazarlas, etc. las aseveraciones expuestas.

Estos momentos se encuentran en las actividades, la primera (acción) se realiza con el material didáctico (tapas de botellas del mismo tamaño) y los conocimientos necesarios e implícitos son: el conteo, sumar y estimar para dar respuesta a las preguntas planteadas en la actividad inicial.

La formulación se encuentra inmersa en la segunda actividad, a pesar de ser las mismas indicaciones a la primera actividad. Se cambia el medio (tapas de botellas con distintos tamaños) y ellos mismos determinan los elementos involucrados en la actividad, ponen a prueba su conocimiento, para reformular sus hipótesis o supuestos. Es decir, emerge el conocimiento que al inicio no tenían o no habían notado. Los números enteros y racionales que al final de la actividad serán validados con preguntas específicas para poder cumplir con el objetivo.

Se realiza un comparativo con las actividades; ya que son iguales en su esencia y sólo cambia el material lúdico empleado (tapas de las botellas). Lo que permitirá la institucionalización del conocimiento (las fracciones) en la actividad final.

Además, se considera el fortalecimiento del pensamiento numérico; pero ¿qué es? De acuerdo con Castro (2008) es "... la comprensión del significado de los números, sus diferentes interpretaciones y representaciones...". El reconocer un medio ($1/2$ ó 0.5) sin importar como este expresado y vislumbrar a la fracción o el número racional que representa, así como inferir el significado algebraico, ya sea la raíz ($\sqrt{\quad}$) o la potencia (\wedge) –según sea el caso- es parte del pensamiento numérico.

Al escribir $2/3$ se tiene una interpretación dependiendo cómo se encuentre expresada $(125)^{2/3}$ o la forma convencional $(\sqrt[3]{125})^2$. Por ello se requiere inducir el conocimiento aprendido, para utilizar en forma reflexiva; es decir, por ellos mismos y no porque el docente, maestro o profesor lo plantea –implica fortalecer el pensamiento numérico-.

Otra definición del pensamiento numérico es la expuesta por McIntosh (1992)

...la comprensión en general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones.

En la figura 3 se puede apreciar esto (significado de los números, sus interpretaciones y representaciones) al considerar como unidad el rombo, puede surgir de manera natural el término “mitad”, con ello emerge el concepto matemático de equivalencias - pese a no ser el tema principal del taller-.

El pensamiento numérico puede considerarse un talento, algunos tienen una facilidad (talento) pero, no implica que les agraden las matemáticas. Ante la ausencia del talento (pensamiento numérico) se puede practicar y ejercitar, a tal grado de adquirir cierta destreza y necesaria para ser buenos o expertos.

Sin embargo, existe la posibilidad de distorsionarse, a tal grado que el alumno aprenda un algoritmo y no comprenda el concepto matemático. Como el caso de un compañero... participó en un concurso de matemáticas -nivel de secundaria- y externó no haber entendido cómo encontrar la raíz de un número, sólo mecanizó el procedimiento (algoritmo), lo que permitió que ganará el concurso.

■ Metodología

Se emplea a la Ingeniería Didáctica como metodología, la cual surge en los años 80's en Francia, dicha metodología tiene dos vertientes: la primera al ser una metodología de investigación y la segunda en la producción de situaciones de enseñanza y aprendizaje. Esta última por obvias razones se utiliza para fortalecer el pensamiento numérico hacia las fracciones; por ello se puede definir como:

... conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de forma coherente por un profesor-ingeniero para efectuar un proyecto de aprendizaje de un contenido matemático dado para un grupo concreto de alumnos. A lo largo de los intercambios entre el profesor y los alumnos, el proyecto evoluciona bajo las reacciones de los alumnos en función de las decisiones y elecciones del profesor. (Douday, 1996, p 241)

Al conjuntar la metodología y el marco teórico en la situación didáctica propuesta, se desarrolla y fortalece el pensamiento numérico. Con la selección de ejercicios propuestos, las tapas de botellas (mismo tamaño y diferente tamaño) y el conocimiento inmerso (saber matemático) de las fracciones (tabla).

Tabla 1. Diseño del taller y las etapas contempladas en cada actividad.

| Actividad | Tapas de botellas | Momento | Acciones |
|-----------|-------------------|------------|----------|
| 1 | Mismo tamaño | Inicio | Hacer |
| 2 | Diferente tamaño | Desarrollo | Analizar |
| 3 | Cierre del taller | Conclusión | Validar |

Fuente: Elaboración propia 2022.

El taller se desarrolló en dos sesiones virtuales síncronas, hubo participación de más de 10 personas, pero sólo cinco terminaron o enviaron de manera completa la actividad (producciones). Para realizar el taller se empleó un formulario en línea adaptado con cada una de las actividades contempladas, a fin de que los participantes pudieran trabajar en las dos sesiones programadas. De manera adicional se empleó un programa ofimático para dar las indicaciones -instrucciones- con la ayuda de una presentación (diapositivas) como se muestra en la siguiente figura.

Figura 4. Secuencia de las actividades previstas en el taller.



Fuente: Elaboración propia 2022.

Para resolver cada una de las actividades se destinó un tiempo aproximado de 15 a 20 minutos, con la finalidad de fomentar la participación y hacer dinámico el taller. Con ello se evitaría un taller soso, tedioso o aburrido –riesgo

considerado al no ser taller presencial- por la falta del material lúdico necesario o material didáctico complementario (hojas blancas, y hojas impresas con las indicaciones de cada actividad), corriendo el riesgo de no cumplirse los objetivos del taller.

Otro aspecto importante en el diseño de la secuencia fue buscar material asequible para trabajar y que los alumnos puedan manipular para generar la génesis necesaria para el surgimiento del conocimiento, en este caso de las fracciones. Para ser replicado en un momento posterior por cada participante en su día a día como maestro, sino de forma igual; con variantes, pero con elementos necesarios y suficientes para recrear en forma similar o modificar la secuencia propuesta en el taller.

■ Resultados y producciones de los participantes

A pesar de que los participantes no contaron con el material lúdico necesario (tapas de plástico de botellas del mismo y diferente tamaño) se tuvo una participación activa. Si bien no fue en la totalidad de las producciones de cada participante, se logró cumplir acorde a lo esperado.

Para suplir la ausencia del material se recurrió a la imagen de las tapas (material virtual) necesarias para el desarrollo de la actividad inicial (tapas de botellas del mismo tamaño) para dar origen a los números naturales (figura 5). Se emplean los números enteros, porque no existe una diferencia entre ellas. Es decir, la unidad es la misma; se puede asignar el valor de “1” a cada tapa e ir incrementando el valor o asignar un valor arbitrario de cada tapa.

Figura 5. Asignación del valor a cada tapa (mismo tamaño).

De acuerdo a la siguiente imagen... ¿cuántas tapas tienes? *



Texto de respuesta corta

Asigna un valor a cada tapa (puedes subir un archivo en formato imagen, word o excel) *

| | Tapa 1 | Tapa 2 | Tapa 3 | Tapa 4 | Tapa 5 | Tapa 6 |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Valor | ¿? | ¿? | ¿? | ¿? | ¿? | ¿? |

[Ver carpeta](#)

| | Tapa 1 | Tapa 2 | Tapa 3 | Tapa 4 | Tapa 5 | Tapa 6 |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Valor | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |



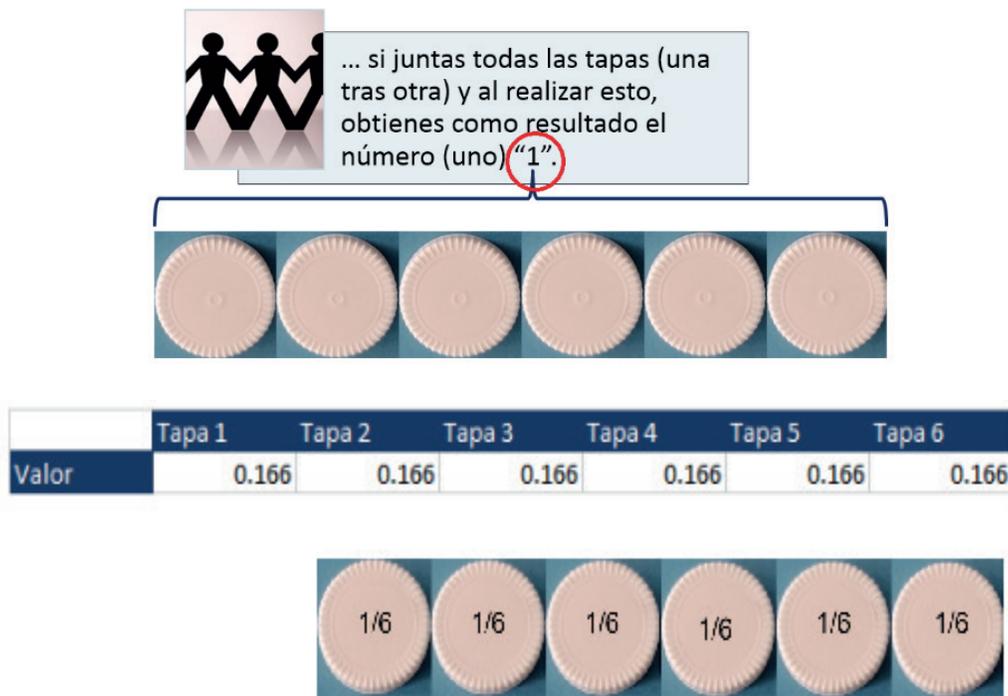
Fuente: Producción de los participantes 2022.

Dentro de los objetivos establecidos en el taller, se consideró el surgimiento natural e intuitivo de las fracciones para fortalecer el pensamiento numérico. En la figura 6, el participante emplea la forma fraccional ($1/6$) y el

número racional (0.166) cuando se solicita asignar un valor a las tapas, previa acción de considerar juntar las tapas y formar el número uno –que representa el todo–.

Figura 6. *Asignación del valor a cada tapa al formar la unidad (mismo tamaño).*

Si juntas las tapas (como se muestra en la imagen) ¿cuánto vale cada tapa? - puedes realizar * una tabla (archivo en formato imagen, word o excel) -

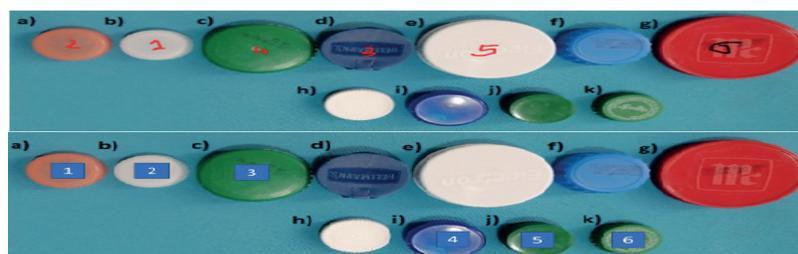


Fuente: Producción de un participante 2022.

Al apreciar la forma fraccional y racional, es significativo; ya que puede dar una pauta para trabajar las equivalencias de los números –aunque no es el objetivo, ni el tema principal del taller– pero se puede emplear para abordar el tema en el aula escolar.

Lo importante del material lúdico en la actividad es utilizar y potencializar el tamaño de las tapas (mismo tamaño) para trabajar en un segundo momento con tapas de botellas diferentes (figura 7).

Figura 7. *Asignación del valor a cada tapa de botella (diferente tamaño).*



Fuente: Producción de un participante 2022.

Como se mencionó, en ambas actividades se realizan las mismas acciones (asignar valor de manera individual, juntar las tapas para formar la unidad y determinar el valor, etc.) pero con distinta intencionalidad (momentos) para potencializar la reflexión en el desarrollo y análisis del mismo.

El uso de las fracciones surge con la interacción, manipulación del conocimiento y la ayuda del material lúdico (al formar la unidad) además, de comparar cada tapa de botella y los diferentes tamaños.

Figura 8. Asignación del valor a cada tapa de botella (diferente tamaño).

De las tapas que elegiste previamente, si las juntas (como se muestra en la imagen) ¿cuánto vale cada tapa? - puedes realizar una tabla (archivo en formato imagen, word o excel) - *

Si juntas todas las tapas (una tras otra) y al realizar esto, obtienes el número (uno) "1".



Fuente: Producción de un participante 2022.

Para crear una génesis artificial (surgimiento) del conocimiento en relación con las fracciones, que está implícito en la secuencia didáctica diseñada. En el taller estaba explícito desde el mismo título “Buscando las fracciones”, pero al momento de poner en acción la situación cada una de las actividades en el aula con los estudiantes estaría totalmente implícito el tema.

■ Conclusiones

A modo de conclusión se cumplieron los objetivos del taller (buscando las fracciones) durante la secuencia surgen de manera intuitiva y natural las fracciones, ya sea su representación; formal y tradicional $\frac{\text{número}}{\text{número}}$; $\frac{a}{b}$ al considerar sus elementos (numerador, denominador y línea intermedia o diagonal) o de forma racional.

A pesar de no llevarse como un taller presencial y la ausencia de los recursos didácticos (material lúdico) se obtuvo buenos resultados. Sin embargo, es una realidad que el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación

(TIC), el uso del Internet, programas interactivos, material complementario a bajo costo (tapas de las botellas) ayudan a enriquecer la enseñanza de las matemáticas en los alumnos cuando se integran de manera funcional.

Lo visto (secuencia didáctica) se puede emplear o retomar a modo de introducción como un primer acercamiento a las fracciones o para reforzar lo visto (ciclo escolar) para los alumnos del nivel básico. Sin olvidar, ni perder en todo momento cuál es saber matemático (fracciones) a enseñar. La secuencia didáctica propuesta da pauta para abordar otros temas como la equivalencia, tipos de representaciones de un número, etc.

Ante la ausencia de los materiales tangibles, el taller fue virtual síncrono (vía remota) con el uso de las TIC; permitió llevar a cabo la dinámica necesaria para interactuar y mostrar las bondades de la secuencia didáctica empleada y diseñada. Dando pauta a que, al llevarse de manera presencial (con los alumnos) los resultados pueden ser más prometedores.

Con los materiales lúdicos tangibles; es decir, al manipular se puede desarrollar con mayor claridad -lo que una imagen logró a través de un formulario- participación y producciones de los participantes.

Para finalizar las actividades lúdicas y dinámicas pueden ser útiles para despertar la curiosidad por el mundo de las matemáticas en los alumnos, al no ser un problema tradicional de reparto, de fracciones o actividad del libro de matemáticas típico. Ayuda a romper un esquema rutinario dentro del aula de clases.

■ Referencias bibliográficas:

- Brousseau, G. (1986). *Théorie des Situations Didactiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage.
- Castro, E. (2008). *Pensamiento numérico y educación matemática*. En J.M. Cardeñoso y M. Peñas Conferencia en XIV Jornadas de investigación en el aula de matemáticas (p 1-32), Granada.
- Fandiño, I. (2009). *LAS FRACCIONES: Aspectos conceptuales y didácticos*. Bogotá: MAGISTERIO.
- Flores, R. (2011). Los significados asociados a la noción de fracción en la Escuela Secundaria. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 24-31.
- Gómez, A., y Pérez, A. (2016). *TRES ENFOQUES PARA LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS RACIONALES*. Redalyc, 1-10.
- Hincapié, C. (2011). *Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la Institución Educativa San Andrés de Girardota*. Recuperado el 22 de marzo de 2022, de <http://www.bdigital.unal.edu.co/6084/1/43701138.2012.pdf>.
- Lamon, S. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding. Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. Marquette University. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Llinares, S., y Sánchez, Ma. (1996). *ensech.edu.mx*. Recuperado el 22 de febrero de 2022. <http://ensech.edu.mx/documentos/antologias/par/SEMESTRE%20PAR2-12/4semes/ESPECIALIDAD/LOS%20NUMEROS%20Y%20SUS%20RELACIONES%20%2010/Los%20numeros%20y%20sus%20relaciones%2010.pdf>
- McIntosh, A., Reys, B., y Reys, R. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. 12(2), 2-8.
- Panizza, M. (2003). *II Conceptos básicos de la Teoría de Situaciones Didácticas*. Recuperado el 7 de marzo de 2022, de http://www.crecerysonreir.org/docs/matematicas_teorico.pdf