

LA COMPLEJIDAD DE LA FUNCIÓN LINEAL EN UN CURSO DE FORMACIÓN DOCENTE

THE COMPLEXITY OF THE LINEAR FUNCTION IN A TEACHER TRAINING COURSE

Eulalia Calle, Adriana Breda, Vicenç Font

Universidad de Cuenca. (Ecuador), Universitat de Barcelona. (España)

eulalia.calle@ucuenca.edu.ec, adriana.breda@ub.edu, vfont@ub.edu

Resumen:

Este trabajo busca analizar la reflexión que hace un grupo de profesores, participantes de una maestría con mención en matemáticas, acerca a la idoneidad didáctica de una actividad propuesta por uno de ellos, cuya finalidad era de mejorar la enseñanza de la función lineal. Para analizar el caso, de forma cualitativa – descriptiva, se utilizó como categoría *a priori* el componente “Representatividad de la complejidad de la noción que se quiere enseñar”, del Criterio de Idoneidad Epistémica. Como resultado se infiere que la reflexión de los profesores, acerca a la tarea planteada por un profesor, contempla los diversos significados del objeto matemático función lineal. Además de esta reflexión, se puede visibilizar que los docentes realizan otro tipo de reflexiones que, de manera implícita, se relacionan con los criterios de idoneidad didáctica, en particular, la idoneidad emocional, la idoneidad interaccional y la idoneidad cognitiva.

Palabras clave: idoneidad epistémica, complejidad de función lineal, formación de profesores

Abstract:

This work seeks to analyze the reflection made by a group of teachers, participants in a master's degree with a major in mathematics, about the didactic suitability of an activity proposed by one of them that was aimed at improving the teaching of the Linear Function. To analyze the case, in a qualitative-descriptive way, the component "Representative of the complexity of the notion to be taught" of the Epistemic Suitability Criterion was used as a prior category. As a result, it is inferred that the reflection of teachers about the task set by a teacher contemplates the various meanings of the linear function mathematical object. In addition to this reflection, it can be seen that teachers carry out other types of reflections that, implicitly, are related to the didactic suitability criteria, as is the case of emotional suitability, interactional suitability and cognitive suitability.

Keywords: epistemic suitability, complexity of linear function, training of teachers

■ Introducción

El interés por los procesos de mejora en la formación del profesorado ha generado modelos teóricos para identificar y clasificar el conocimiento del profesor (Davis y Renert, 2013; Fernández, Llinares y Valls, 2012; Liston, 2015; Mason, 2002; Rowland, Huckstep y Thwaites, 2005). El modelo de competencias y conocimientos didáctico-matemáticos del profesor de matemáticas (CCDM), basado en el Enfoque Ontosemiótico (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2019) es uno de ellos. En el marco del CCDM, el constructo Criterios de Idoneidad Didáctica (CID) es una de las herramientas que se enseñan en diversos dispositivos formativos para desarrollar, en los profesores, la competencia de análisis de la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017).

La Idoneidad Didáctica se compone por seis criterios con sus respectivos componentes e indicadores. Uno de los criterios es el epistémico, que sirve para valorar la idoneidad matemática de un proceso de instrucción. Dicho criterio, contempla, entre sus componentes, presentar a los alumnos una muestra representativa de la *complejidad de los objetos matemáticos*. Tener en cuenta esta complejidad, como se sostiene en Burgos et al. (2018), implica, entre otros aspectos, que el profesor pueda plantear y resolver una tipología diversificada de problemas, encontrar diferentes soluciones y analizar los conocimientos involucrados en la proposición y solución de dichos problemas.

En la línea de investigar sobre la incorporación de la reflexión sobre “la complejidad del objeto matemático a enseñar” en algunas experiencias de formación de profesores, un estudio publicado en Calle, Breda y Font (2020), con 95 docentes ecuatorianos de matemáticas en ejercicio, apunta que la mayoría de ellos no lograban relacionar, de forma correcta, el significado parcial del objeto media aritmética, necesario para resolver un problema, con su enunciado correspondiente, demostrando poco conocimiento acerca de la complejidad de dicho objeto matemático.

En otro estudio realizado, se concluye que ese mismo grupo de profesores presenta dificultades para crear una tarea y señalar el tipo del significado del teorema de Pitágoras que se debe usar para resolverla y que el significado geométrico es el que mejor relacionan con la tarea que proponen (Calle, Breda y Font, 2023). Otra investigación llevada a cabo por Calle, Breda y Font (2022), muestra que las guías utilizadas por futuros docentes ecuatorianos en sus prácticas preprofesionales no contemplan la valoración de las matemáticas enseñadas y que, en las secuencias didácticas implementadas por los futuros profesores, siguiendo esta guía, no tienen muy en cuenta dicha complejidad.

La realidad ecuatoriana, reflejada en los bajos resultados de las evaluaciones aplicadas a los jóvenes por organismos nacionales e internacionales (OCDE, 2017), requiere hacer efectiva la propuesta del Ministerio de Educación (2016) y superar las graves dificultades de los estudiantes de bachillerato, que no cuentan con conocimientos ni habilidades suficientes para participar de manera satisfactoria en la sociedad del saber. Este requerimiento del país pone en primer plano la necesidad de realizar cambios profundos en la formación inicial y continua de profesores de matemáticas, hasta alcanzar los conocimientos y las competencias didáctico-matemáticas que debe tener el futuro profesor de matemáticas (Godino, 2018) para desarrollar la competencia matemática de sus alumnos.

En el marco de esta problemática, el objetivo de este trabajo es analizar la reflexión que hace un grupo de profesores, participantes de una maestría con mención en matemáticas, acerca a la idoneidad didáctica de una actividad propuesta por uno de ellos que tenía la finalidad de mejorar la enseñanza de la función lineal.

A continuación, se presenta el marco teórico, la metodología utilizada, los resultados y algunas consideraciones finales.

■ Marco Teórico

En esta sección exponemos, de manera breve, el modelo CCDM del EOS y la subcompetencia de análisis de la idoneidad didáctica y, con más detalle, el componente “Representatividad de la complejidad del objeto matemático que se quiere enseñar” del Criterio de Idoneidad Epistémica.

El modelo CCDM y la Idoneidad Didáctica

El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción matemática (EOS) es un sistema teórico inclusivo en la Educación Matemática que articula diversas categorías de conocimientos y competencias (CCDM), de los profesores de matemáticas consideradas necesarias para una enseñanza idónea de las matemáticas (Godino, Batanero y Font, 2019).

En este modelo teórico se considera que las dos competencias clave del profesor de matemáticas son la competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica, siendo el núcleo fundamental de esta última (Breda, Pino-Fan y Font, 2017) que consiste en diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje propias y de otros, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora. Esta competencia general está formada por diferentes subcompetencias (Breda, Pino-Fan y Font, 2017): 1) subcompetencia de análisis de la actividad matemática – esta subcompetencia, en Godino, Giacomone, Batanero y Font (2017), se descompone a su vez en dos (competencia de análisis de significados globales y competencia de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas) –; 2) subcompetencia de análisis y gestión de la interacción y de su efecto sobre el aprendizaje de los estudiantes; 3) subcompetencia de análisis de normas y metanormas; y 4) subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción. En este trabajo nos centraremos, sobre todo en esta última subcompetencia, más en concreto una de sus componentes. La subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción hace hincapié en el análisis de idoneidad didáctica, como una competencia para la reflexión global sobre la práctica docente, su valoración y mejora progresiva (Giacomone, Godino y Beltrán-Pellicer, 2018); por lo tanto, responde a qué criterios seguir en el diseño de secuencias de tareas, cómo desarrollar y evaluar la competencia matemática de los alumnos y qué cambios hacer para conseguir metas de aprendizaje superiores. Esta noción se descompone en los siguientes criterios parciales de idoneidad didáctica (Font, Planas y Godino, 2010):

✓ *Idoneidad epistémica*

Se refiere al grado de representatividad e interconexión de los significados institucionales implementados (o pretendidos) respecto de un significado de referencia. Las tareas o situaciones-problemas son un componente fundamental en esta dimensión, y deben involucrar diversos objetos y procesos matemáticos.

✓ *Idoneidad ecológica*

Grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

✓ *Idoneidad cognitiva*

Grado en que los significados pretendidos e implementados están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/implementados.

✓ *Idoneidad afectiva*

Grado de implicación (intereses, emociones, actitudes y creencias) del alumnado en el proceso de estudio.

✓ *Idoneidad interaccional*

Grado en que las configuraciones didácticas y el discurso en la clase permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y por otra, resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.

✓ *Idoneidad mediacional*

Grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

En Breda y Lima (2016) y Breda, Pino-Fan y Font (2017) se aporta un sistema de componentes e indicadores que sirve de guía de análisis y valoración de la idoneidad didáctica, que está pensado para un proceso de instrucción en cualquier etapa educativa.

La idoneidad epistémica y la complejidad de los objetos matemáticos

Tanto los componentes como los indicadores de los Criterios de Idoneidad Didáctica se han confeccionado teniendo en cuenta las tendencias, los principios y los resultados de la investigación en el área de Didáctica de las Matemáticas (Breda, Font y Pino-Fan, 2018). En particular, para la idoneidad epistémica se ha tenido en cuenta un principio fundamental del EOS que, con los matices propios de cada enfoque, es (o puede ser) asumido por otros enfoques teóricos del área. Nos referimos al principio que se puede formular de la siguiente manera: los objetos matemáticos emergen de las prácticas, lo cual conlleva su complejidad (Font, Godino y Gallardo, 2013; Rondero y Font, 2015). De este principio se deriva un componente (representatividad) cuyo objetivo es que se tenga en cuenta, dentro de lo posible, dicha complejidad en el diseño y rediseño de las secuencias didácticas (Pino-Fan, Castro, Godino y Font, 2013).

El componente *Representatividad de la complejidad de los objetos matemáticos* (entendida como pluralidad de significados parciales), se refiere al grado de representatividad e interconexión de los significados institucionales implementados (o pretendidos) respecto de un significado de referencia (Font, Pino-Fan y Breda, 2020; Giacomone, Godino y Beltrán-Pelliecer, 2018).

Cada uno de estos significados permite resolver tipos de problemas diferentes, por lo cual, si se quiere conseguir que el alumno sea competente en la resolución de una variedad de problemas, donde el objeto matemático en cuestión tenga un rol determinante, es necesario que el alumno disponga de una red de significados parciales de dicho objeto bien conectados entre sí (Font, Breda y Seckel, 2017). En la siguiente tabla (Font, Breda y Seckel, 2017), se recogen los indicadores del componente *Representatividad de la complejidad de los objetos matemáticos* del Criterio de Idoneidad Epistémica.

Tabla 1. *El componente Representatividad y sus indicadores.*

Componente de la Idoneidad Epistémica	Indicadores
Representatividad de la complejidad de la noción que se quiere enseñar	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar ✓ Los significados parciales definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad contemplada en el currículo de la noción matemática que se quiere enseñar. ✓ Para uno o varios significados parciales seleccionados para su implementación, ¿se contempla una muestra representativa de problemas? ✓ Para uno o varios significados parciales seleccionados para su implementación, ¿se contempla el uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos?

Fuente: Font, Breda y Seckel (2017).

Primero hay que valorar si los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) seleccionados para su implementación son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar (para ello la mirada se dirige a las matemáticas). En segundo lugar, dado que el currículo contempla parte

de estos significados parciales, hay que valorar si la muestra de significados presentes en el proceso de instrucción son también una muestra representativa de los contemplados en el currículo (en el currículo en general, en la etapa o ciclo o en el curso donde se realiza la implementación).

Una vez seleccionados uno o varios significados parciales para su implementación, valorar. Como mínimo, si se contempla una muestra representativa de representaciones del objeto y de problemas en los que se aplica o emerge.

Complejidad del objeto matemático función

El objeto matemático función es un objeto que presenta una grande complejidad, como lo demuestra su evolución histórica. Según Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006), a lo largo de la historia de las diferentes civilizaciones se generaron diferentes significados parciales sobre esta noción, algunos de los cuales sirvieron para generalizar otros preexistentes. Estos autores consideran que esta evolución puede organizarse en cuatro sentidos parciales: tabular, gráfico, analítico y conjuntista.

Estos cuatro significados parciales señalados por Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006), de alguna manera, resumen el desarrollo de la noción de función que fueron transpuestas en los libros de texto a través de dos tipos de configuraciones epistémicas. Por un lado, tenemos las configuraciones epistémicas formales (o intramatemáticas) y por otro tenemos las configuraciones empíricas (extramatemáticas). Los primeros tienen como referente el significado que llamamos de conjuntista, mientras que los segundos tienen como referente una combinación de los otros tres (tabular, gráfico y analítico), (Font, Giménez, Larios, & Zorrilla, 2012).

■ Metodología

En el presente estudio se trabaja con un enfoque cualitativo – descriptivo y pretende analizar la reflexión de un grupo de profesores acerca a una actividad docente, desarrollada por el profesor Luis, quien imparte clases en el primer año de Bachillerato General Unificado de una institución educativa de Quito y se encuentra participando de un programa de Maestría en Educación, mención matemática. En una de las asignaturas de la maestría nombrada de Procedimientos Didácticos de Innovación Matemática, el profesor presentó la innovación que había realizado en una unidad didáctica, para enseñar el objeto matemático función lineal.

Con la finalidad de mejorar el aprendizaje de las matemáticas, la actividad propuesta en la asignatura indicada tenía como objetivo que los maestrantes, profesores en ejercicio, reflexionasen sobre la complejidad de los objetos matemáticos y su posible aplicación como estrategia didáctica en la práctica docente. Para ello, por un lado, tuvieron en cuenta las herramientas de idoneidad didáctica y, por otro lado, el siguiente resultado de aprendizaje: *Presenta propuestas de innovación y herramientas de valoración de la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que permita al profesor la mejora de su propia práctica.*

La actividad propuesta debía ser realizada mediante un estudio de caso en donde se debía cumplir, en primer lugar, con la preparación del caso, seleccionando un objeto matemático que estuviera siendo abordado en su práctica docente y, en segundo lugar, establecer los diferentes significados de ese objeto para cumplir con el criterio de “Representatividad de la complejidad del objeto matemático que se quiere enseñar” del Criterio de Idoneidad Epistémica, uno de los CID del EOS.

Una vez completada la actividad del profesor Luis con sus estudiantes, debía confrontar el caso, mediante la discusión con sus compañeros del programa de maestría y elaborar el informe final con los resultados de la reflexión grupal.

En la socialización de los resultado de la actividad con el gran grupo, el profesor Luis inició su exposición con la preparación del caso en donde se menciona el planteamiento de problemas de función lineal, basado en el cuento Alicia en el país de las maravillas, en donde los estudiantes debieron analizar definiciones, conceptos, gráficas, tabulaciones y, con ayuda de las TICs, establecer soluciones a los problemas, atendiendo a la pluri significación del objeto matemático función lineal: significado algebraico, geométrico y físico, como se puede apreciar en la Tabla 2:

Tabla 2. Descripción del caso.

Fase 1: Preparación del Caso

El objeto matemático a abordar es la “función lineal.” Las actividades realizadas por un docente en la actualidad son de vital importancia en el proceso de enseñanza aprendizaje especialmente en la utilización de TICs o de manera práctica basada en problemas que cada estudiante en particular lo puede experimentar (Herrera, 2018). Para ello, se plantean problemas de función lineal analizando definiciones, pendientes, gráficos en el plano cartesiano, construcción de tablas de valores entre otras que con ayuda o no de las TICs el estudiante puede establecer una solución a cada problema desde el campo algebraico, geométrico y físico, para al final evaluar las estrategias empleadas y la aplicación de los conocimientos determinando así el nivel de asimilación por parte del estudiantado.

Fase 2: Organización y Definición del Caso

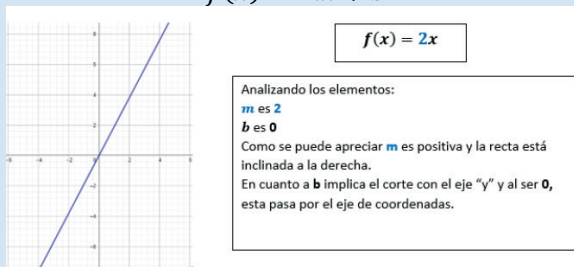
Objeto matemático: función lineal

¿Cuáles son los significados parciales del objeto matemático que usted ha encontrado?

El objeto matemático función lineal, será abordado mediante tres significados:

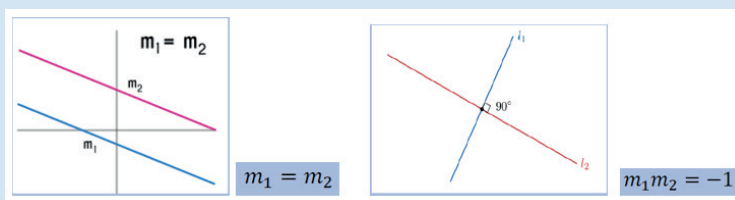
1) Significado Algebraico: La función lineal es una función cuya expresión analítica es

$$f(x) = mx + b$$



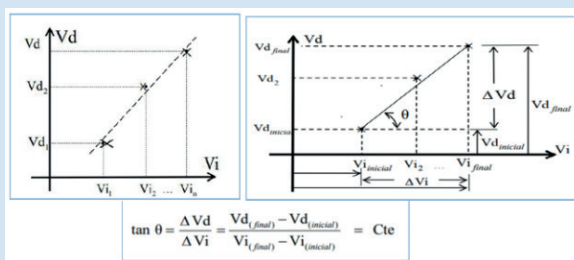
2) Significado Geométrico: La ecuación general de una recta es una expresión de la forma

$$Ax + By + C = 0$$



3) Significado Físico: Existe una proporcionalidad directa entre dichas variables, si la Vd crece y Vi crece

$$Vd \propto Vi \qquad Vd = cte Vi$$



Fase 3: Presentación y Análisis del Caso

A continuación, se reflexiona sobre lo obtenido y expuesto en el punto anterior, presentando la descripción y posibles soluciones de los problemas de manera que se puedan vincular con uno o

varios tipos de paradigma y relacionarlos con los significados parciales propuestos.

Problema 1: Una persona conoce que la masa de su hija “Alicia” al nacer es de 2Kg, al cabo de 4 años conoce que su masa ha aumentado 10Kg. La mamá relaciona la masa de Alicia con el tiempo y desea conocer si puede representar algebraicamente la masa de su hija con respecto al tiempo, también se pregunta bajo lo anterior, sobre la masa de su hija al cabo de 10 años y por último desea saber a qué edad su hija tendrá una masa de 30 Kg.

Solución: Así que teniendo todos los elementos listos podemos determinar su formulación algebraica así:

$$f(x) = 4x + 2$$

Para conocer la masa de la hija al cabo de 10 años, basta con reemplazar el 10 en la formulación algebraica y podremos obtener su masa.

$$f(x) = 4(10) + 2 \quad f(x) = 42$$

Por ende, a los 10 años su hija tendrá 42 kg

Finalmente, para determinar la edad a la que la hija tendrá 30kg, en cambio deberemos reemplazar el valor de “y”, así

$$f(x) = 4x + 2 \quad f(x) = 4x + 2$$

Para despejar la “x” que corresponde al tiempo y saber la respuesta

$$\frac{30}{4} - 2 = x \quad 5,5 = x$$

Así con aquello se conoce que a los 5 años y 6 meses su hija tendrá una masa de 30kg. Como apoyo se puede trazar la gráfica y también analizar los valores correspondientes

Problema 2: Alicia se encuentra a la misma altura de la entrada en la torre 1 en el piso 3 para cruzar a la torre 2 debe lazar una sogá con una flecha para que quede anclada en la punta y templarla. pero para no ser descubierta por los guardias que están en las entradas de las dos torres debe ser paralela a un puente inclinado que se encuentra debajo de ella y tiene por nombre $2x+3y+1=0$. ¿Cuál será el nombre de esta sogá templada?

Solución

El punto es el corte en el eje y $P(0,2)$

Por eso $b = 2$

Ahora hallamos la pendiente $m = \frac{-A}{B}$

$$m = \frac{-(-2)}{3} = \frac{2}{3}$$

Formamos nuestra nueva ecuación $y = mx + b$

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

Iguales a cero $3y = 2x + 6$

$$2x - 3y + 6 = 0$$

el nombre de la sogá templada

$$2x - 3y + 6 = 0$$

Datos

$P(0,2)$

$$-2x + 3y + 1 = 0$$

Problema 3: Alicia se encuentra perseguida por la reina y los peones del palacio, necesita escapar de ellos y se encuentra con una tarabita para poder trasladarse fuera del castillo. Como solo existe una sola tarabita, a los peones les toca ir por tierra. Alicia necesita recorrer 10 km en 5 minutos, ya que los peones llegarán por tierra en 6 minutos. Y es la única forma de que Alicia pueda escapar del palacio. Al subir se da cuenta que en un minuto recorre 2 km y a los dos minutos recorre 4km, evidencia que la tarabita se mueve a una velocidad constante. ¿Podrá Alicia llegar en 5 minutos y escapar de la persecución?, ¿La cuerda donde se traslada Alicia es directamente proporcional?

Solución:

Primero construimos una tabla para saber los datos en otros minutos.

t (min)	d (km)
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

Encontramos la velocidad.

$$v = \frac{d}{t}; \quad v_1 = \frac{2\text{km}}{1\text{min}} = 2 \frac{\text{km}}{\text{min}};$$

$$v_2 = \frac{4\text{ km}}{2\text{min}} = 2 \frac{\text{km}}{\text{min}}$$

Como la velocidad es constante encontramos la distancia en los otros tiempos.

$$d = v \cdot t;$$

$$d_3 = 2 \frac{\text{km}}{\text{min}} \cdot (3 \text{ min}) = 6 \text{ km}$$

$$d_4 = 2 \frac{\text{km}}{\text{min}} \cdot (4 \text{ min}) = 8 \text{ km}$$

$$d_5 = 2 \frac{\text{km}}{\text{min}} \cdot (5 \text{ min}) = 10 \text{ km}$$

Fase 4: Evaluación del Caso

Se plantean problemas adicionales a los estudiantes:

Problema 4: Alicia debe subir las gradas del castillo rápidamente, un guardia desde lejos alcanza a observar cómo Alicia sube, se da cuenta que las gradas tienen la forma de la función lineal $f(x)=2x-3$, el guardia necesita graficar la función lineal y encontrar su pendiente y la ordenada de la función. Adicional colocar el dominio y rango de la función.

Problema 5: Alicia se encuentra a la misma altura de la entrada en la torre 1 en el piso 3 para cruzar a la segunda torre debe lanzar una soga con una flecha para que quede anclada en la punta y templarla. pero para no ser descubierta por los guardias que están en las entradas de las dos torres debe ser paralela a un puente inclinado que se encuentra debajo de ella y tiene por nombre $3x+2y+2=0$. ¿Cuál será el nombre de esta soga templada?

Problema 6: Alicia se encuentra perseguida por la reina y los peones del palacio, necesita escapar de ellos y se encuentra con una tarabita para poder trasladarse fuera del castillo. Como solo existe una sola tarabita los peones les toca ir por tierra. Alicia necesita recorrer 5 km en 60 segundos, ya que los peones llegarán por tierra en 1 minuto y medio. Y es la única forma de que Alicia pueda escapar del palacio. Al subir se da cuenta que en 10 segundos recorre 1 km y a los dos segundos recorre 2km, evidencia que la tarabita se mueve a una velocidad constante. ¿Podrá Alicia llegar en menos de un minuto y medio y escapar de la persecución?, ¿La cuerda donde se traslada Alicia es directamente proporcional?

Una vez realizada la socialización, mediante la plataforma MOODLE se desarrolla una evaluación en la cual los estudiantes deben seleccionar la respuesta correcta y subir imágenes del proceso que hicieron para llegar a su respuesta. Se dio plazo de 30 minutos para su evaluación.

Fase 5: Confrontación del Caso

Luego de exponer el estudio de caso, con nuestro objeto matemático se realizó la evaluación a todos los estudiantes del curso, luego de aquello, nos reunimos en el grupo de trabajo para seleccionar algunos estudiantes y analizar el desarrollo de los ejercicios y sus respuestas. Finalmente, todas las observaciones que realizamos en el grupo se presentan en el informe del estudio de casos.

Fuente: los autores.

■ Resultados

Tomando como instrumento de análisis el componente Representatividad de la complejidad de la noción que se quiere enseñar del Criterio de Idoneidad Epistémica, en la actividad presentada por el profesor Luis, se puede deducir, en primero lugar, que, en la reflexión grupal se observó que los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar; además, está contemplada en el currículo: significado algebraico, geométrico y físico.

En segundo lugar, que, para uno o varios significados parciales seleccionados para su implementación, se contempla una muestra representativa de problemas: problema 1, relacionado con el significado funcional; el problema 2, relacionado con el significado geométrico y el problema 3 relacionado con el significado físico.

En tercer lugar, para uno o varios significados parciales seleccionados para su implementación, se contempla el uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico, etc.), tratamientos y conversiones entre los mismos. Con este análisis de la propuesta, se puede deducir que lo realizado por el profesor Luis, cumple con el criterio de Representatividad del objeto matemático Función Lineal, presentando la evaluación de la propuesta, luego de la confrontación del caso con los demás integrantes del grupo (conforme Tabla 3).

Tabla 3. Confrontación del caso del profesor Luis con los demás integrantes del grupo.

Estudiante	Problema 1		Problema 2		Problema 3		Observaciones
	Correcto	Incorrecto	Correcto	Incorrecto	Correcto	Incorrecto	
Alcívar Ashly	X		X		X		
Álvarez José	X		X		X		
Arcos Mateo	X		X		X		
Aucapiña Joel		X	X			X	El estudiante no se encontró en el momento de socializar el estudio de caso.
Bonilla Jennifer	X		X			X	
Bravo Melany		X	X		X		

Fuente: Los autores.

En el análisis de los resultados se valoró el razonamiento, a través de la justificación de las respuestas brindadas. Además de los comentarios referidos a la complejidad del objeto matemático, los participantes realizaron otro tipo de reflexiones que, de manera implícita, se relacionan con los Criterios de Idoneidad Didáctica; coincidiendo con lo mencionado en Font, Breda y Calle (2022): cuándo las opiniones son valorativas, se organizan de manera implícita o explícita, mediante algunos indicadores de los componentes de los CID.

En el caso específico de este estudio, se visibiliza a la *idoneidad emocional* cuando hablan de lo divertido de asociar los problemas matemáticos con cuentos como el de Alicia en el país de las maravillas, o la *idoneidad interaccional*, sugiriendo que los estudiantes sean más responsables de su trabajo y asistan a la socialización de los proyectos a ejecutar en las clases; otra idoneidad presente fue la *cognitiva* que plantea la necesidad de trabajar en una retroalimentación para consolidar los conocimientos adquiridos.

■ Conclusiones

Los maestrantes exponen su reflexión y valoran la experiencia de asociar los diversos significados de un objeto matemático, manifestando que no se había visto antes de manera conjunta este tipo de desarrollos, en donde se han obtenido resultados positivos en las evaluaciones; demostrando el interés por trabajar el componente de representatividad de un objeto matemático, derivado del Criterio de Idoneidad Epistémica.

En el estudio de caso realizado, se han evidenciado algunos aspectos que ameritan ser destacados: 1) los profesores mencionan que a los estudiantes les pareció muy divertido poder asociar el objeto matemático con cuentos, en este caso, con el cuento de Alicia y la función lineal; 2) los profesores participantes, expusieron su satisfacción por haber adquirido la nueva experiencia de trabajo, considerando los diversos significados de un objeto matemático que, en este estudio, surgieron a partir del planteamiento y resolución de problemas; todo lo cual muestra la capacidad y creatividad de los docentes por formular diversos problemas derivados de una misma situación que, a más de involucrar procesos innovadores de enseñanza, motivan a los estudiantes a aprender, coincidiendo con lo mencionado por Font et al. (2020), en que los docentes deberían tener en cuenta la complejidad de los objetos matemáticos que enseñan a fin de conseguir una enseñanza más eficaz.

■ Agradecimientos

Trabajo desarrollado en el marco del proyecto de investigación PID2021-127104NB-I00 MCIN/AEI/10.13039/501100011033 y por FEDER Una manera de hacer Europa.

■ Referencias bibliográficas

- Breda, A., y Lima, V. M. R. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 5(1), 74-10. <http://dx.doi.org/10.4471/redimat.2016.1955>
- Breda, A., Font, V., & Pino-Fan, L. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema*, 32(60), 255-278. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13>
- Breda, A., Pino-Fan, L. R., y Font, V. (2017). Meta Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers: Criteria for The Reflection and Assessment on Teaching Practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13, 1893-1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Burgos, M., Beltrán-Pellicer, P., Giacomone, B., y Godino, J. D. (2018). Conocimientos y competencia de futuros profesores de matemáticas en tareas de proporcionalidad. *Educação e Pesquisa*, 44, 1-22.
- Calle, E., Breda, A., Font, V. (2020). ¿Qué significado atribuyen a la media aritmética profesores de matemáticas en ejercicio? *Revista Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 33(1), 643-652.
- Calle, E., Breda, A., Font, V. (2022). La complejidad de la noción a enseñar en la valoración de la práctica preprofesional de futuros profesores de matemáticas ecuatorianos. *Redimat*, 11(3), 218-249. <https://doi.org/10.17583/redimat.10986>
- Calle, E., Breda, A., Font, V. (2023). Significados parciales del teorema de Pitágoras usados por profesores en la creación de tareas en el marco de un programa de formación continua. *Uniciencia*, 35(1), en prensa.
- Davis, B., & Renert, M. (2013). Profound understanding of emergent mathematics: broadening the construct of teacher disciplinary knowledge. *Educational Studies in Mathematics Education*, 82(2), 245-265. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9424-8>
- Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education Online First*, 44, 747-759. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0425-y>.
- Font, V., Breda, A., & Seckel, M. J. (2017). Algunas implicaciones didácticas derivadas de la complejidad de los objetos matemáticos cuando estos se aplican a distintos contextos. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 10(2), 1-23.
- Font, V., Breda, A., & Calle, E. (2022). La idoneidad didáctica en la formación de profesores de matemáticas. *Quintaesencia*, 12(1), 162-167. <https://doi.org/10.54943/rq.v12i1.165>
- Font, V., Giménez, J., Larios, V., & Zorrilla, J. F. (2012). *Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato* (eBook). Edicions Universitat Barcelona.
- Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97-124. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9411-0>
- Font, V., Planas, N., y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.
- Font, V., Pino-Fan, L., Breda, A. (2020). Una evolución de la mirada sobre la complejidad de los objetos matemáticos. *Revista Paradigma*, 41(1), 107-129.

- Giacomone, B., Godino, J. D., y Beltrán-Pellicer, P. (2018). Developing the prospective mathematics teachers' didactical suitability analysis competence. *Educação e Pesquisa*, 44, e172011.
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. (2019). El enfoque ontosemiótico: implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 37-42.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., & Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Liston, M. (2015). The use of video analysis and the Knowledge Quartet in mathematics teacher education programs. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(1), 1-12. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2014.941423>
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge-Falmer.
- Ministerio de Educación. (2016). Currículo vigente. Quito. Disponible en: << <https://educacion.gob.ec/curriculo/>>>
- OCDE. (2017). Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias.
- Pino-Fan, L., Castro, W. F., Godino, J. D., y Font, V. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *Paradigma*, 34(2), 123 – 150.
- Rondero, C., y Font, V. (2015). Articulación de la complejidad matemática de la media aritmética. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 29-49.
- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The Knowledge Quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281. <https://doi.org/10.1007/s10857-005-0853-5>